KÜMELER

KÜMELERDE TEMEL KAVRAMLAR

✓ İyi tanımlanmış birbirinden farklı nesneler topluluğuna **küme** denir.

✓ Kümeler A, B ve C gibi büyük harflerle gösterilir.

✓ Kümeyi oluşturan nesnelerin her birine **kümenin elemanı** denir.

$a \in A$: a elemanıdır A kümesinin.

$b \notin A$: b elemanı değildir A kümesinin.

✓ Kümeye her bir eleman yalnızca bir kez yazılır.

✓ Küme içerisindeki elemanların yer değiştirmesi, kümeyi değiştirmez.

Kümelerin Gösterilişi

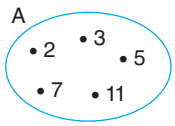
Liste Yöntemi

✓ Kümeye ait elemanlar { } parantezi içine aralarına virgül konularak yazılır.

$A = \{2, 3, 5, 7, 11\}$

Venn Şeması

✓ Kümenin elemanları kapalı bir eğri içerisine, önüne nokta konularak yazılır.



Ortak Özellik Yöntemi

✓ Kümedeki tüm elemanların ortak özellikleri kullanılarak yazılmasıdır.

$A = \{x \mid x < 12 \text{ ve } x \text{ asal sayı}\}$

Kümenin Eleman Sayısı

✓ Kümeyi oluşturan elemanların sayısıdır. A kümesinin eleman sayısı s(A) ile gösterilir.

$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ise $s(A) = 5$'tir.

Boş Küme

✓ Hiç elemanı olmayan kümeye **boş küme** denir. $\varnothing$ veya { } sembolü ile gösterilir.

✓ $\{0\}$ ve $\{\varnothing\}$ şeklindeki gösterimler boş küme belirtmez.

✓ Boş kümenin eleman sayısı sıfırdır.

Evrensel Küme

✓ Üzerinde işlem yapılan tüm kümeleri içine alan kümeye **evrensel küme** denir ve E ile gösterilir.

Sonlu ve Sonsuz Küme

✓ Eleman sayısı sayılabilir çoklukta olan kümelere **sonlu küme,** sonlu olmayan kümelere de **sonsuz küme** denir.

Eşit Kümeler

✓ Elemanları aynı olan kümelere **eşit kümeler** denir.

✓ A kümesi B kümesine eşit ise "A = B" şeklinde gösterilir.

ÖRNEK-1

Aşağıdakilerden hangisi bir küme belirtir?

A) Bazı gazeteler

B) Sayıların bir kısmı

C) Birtakım insanlar

D) Haftanın T ile başlayan günleri

E) Herhangi bir araba markası

ÖRNEK-2

$A = \{x \mid x^2 + 9 = 0 \text{ ve } x \in \mathbb{R}\}$

olduğuna göre aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) $s(A) = 1$ B) $A = \varnothing$ C) $s(A) = 3$

D) $A = \{\varnothing\}$ E) $s(A) = 2$

ÖRNEK-3

$A = \{x \mid 20 < x < 60,\ \ x = 3k,\ \ k \in \mathbb{Z}\}$

olduğuna göre s(A) değeri kaçtır?

A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

ÖRNEK-4

Aşağıdakilerden hangisi sonsuz kümedir?

A) $K = \{x \mid x \le 0,\ x \in \mathbb{N}\}$

B) $L = \{x \mid 3x - 5 = 0,\ x \in Q\}$

C) $M = \{x \mid 0 < x \le 1,\ x \in \mathbb{R}\}$

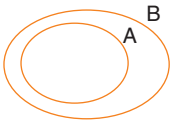
D) $N = \{x \mid -3 \le x < 9,\ x \in \mathbb{Z}\}$

E) $O = \{x \mid x4 - 16 = 0,\ x \in \mathbb{R}\}$

Alt Küme

A kümesinin her elemanı, B kümesinin de elemanı oluyorsa A kümesi B kümesinin **alt kümesidir** denir. $A \subset B$ (A alt küme B) veya $B \supset A$ (B kapsar A) şeklinde gösterilir.

A kümesi ile B kümesinin eşit olma durumu varsa $A \subseteq B$ veya $B \supseteq A$ şeklinde gösterilir.



Alt Kümenin Özellikleri

✓ Boş küme, her kümenin alt kümesidir.

✓ Her küme, kendisinin alt kümesidir.

✓ $A \subseteq B$ ve $B \subseteq A$ ise $A = B$'dir.

✓ $A \subseteq B$ ve $B \subseteq C$ ise $A \subseteq C$'dir.

✓ n elemanlı bir kümenin 2^n tane alt kümesi vardır.

Örneğin $A = \{1, 2, 3\}$ kümesinin alt kümeleri,

$\varnothing, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\}$ tür.

A kümesinin $2^3 = 8$ tane alt kümesi vardır.

Öz Alt Küme

Bir kümenin kendisi hariç diğer tüm alt kümeleri, o kümenin birer öz alt kümesidir. n elemanlı bir kümenin $2^n - 1$ tane öz alt kümesi vardır.

Örneğin $A = \{1, 2\}$ kümesinin öz alt kümeleri,

$\varnothing, \{1,\}, \{2\}$ olmak üzere 3 tanedir.

ÖRNEK-5

$A = \{1, 2, \{1, 2\}, 3, \{4, 5\}\}$ kümesi veriliyor.

Buna göre aşağıdakilerden hangisi <u>yanlıştır</u>?

A) $s(A) = 5$ B) $1 \in A$ C) $\{1, 2\} \in A$

D) $\{1, 2\} \subseteq A$ E) $\{4, 5\} \subseteq A$

ÖRNEK-6

Bir kümenin alt küme sayısı ile öz alt küme sayısının toplamı 63 olduğuna göre bu kümenin eleman sayısı kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

ÖRNEK-7

Bir kümenin eleman sayısı 2 artırıldığında alt küme sayısı 48 artıyor.

Buna göre bu kümenin öz alt küme sayısı kaçtır?

A) 31 B) 30 C) 24 D) 23 E) 15

ÖRNEK-8

$A = \{a, b, c, d\}$

kümesinin alt kümelerinin kaç tanesinde b eleman olarak bulunmaz?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

ÖRNEK-9

$K = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

kümesinin alt kümelerinin kaç tanesinde 1 eleman olarak bulunur, 7 eleman olarak bulunmaz?

A) 24 B) 28 C) 30 D) 32 E) 36

DİFnot

n elemanlı bir kümenin r elemanlı alt kümelerinin sayısı,

$$C(n,r) = \binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)!\cdot r!}$$

şeklinde bulunur. $(0 \le r \le n)$

Örneğin $\binom{10}{2} = \frac{10!}{8!\cdot 2!} = 45$ $\binom{6}{3} = \frac{6!}{3!\cdot 3!} = 20$

Özellikler

n, r ve k doğal sayılardır.

✓ $\binom{n}{0} = 1$

✓ $\binom{n}{n} = 1$

✓ $\binom{n}{n-1} = n$

✓ $\binom{n}{1} = \binom{n}{n-1} = n$

✓ $\binom{n}{r} = \binom{n}{k}$ ise $(r = k$ veya $r + k = n$'dir.)

✓ $\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \ldots + \binom{n}{n} = 2^n$

✓ $\binom{n}{r} + \binom{n}{r+1} = \binom{n+1}{r+1}$

ÖRNEK-10

$M = \{a, b, c, d, e, f\}$

kümesinin en çok üç elemanlı kaç tane alt kümesi vardır?

A) 42 B) 43 C) 45 D) 48 E) 50

ÖRNEK-11

Altı elemanlı alt küme sayısı, üç elemanlı alt küme sayısına eşit olan bir kümenin en çok iki elemanlı kaç tane alt kümesi vardır?

A) 42 B) 46 C) 47 D) 50 E) 52

ÖRNEK-12

$K = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

kümesinin alt kümelerinin kaç tanesinde 1 ve 2 eleman olarak bulunur?

A) 10 B) 11 C) 12 D) 15 E) 16

ÖRNEK-13

$A = \{x \mid |x| \leq 3,\ x \in \mathbb{Z}\}$

kümesinin dört elemanlı alt kümelerinin kaç tanesinde 3 eleman olarak bulunur, −3 bulunmaz?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

ÖRNEK-14

$A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

kümesinin üç elemanlı alt kümelerinin kaç tanesinde en az bir çift sayı vardır?

A) 27 B) 28 C) 30 D) 32 E) 34

ÖRNEK-15

$T = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

kümesinin alt kümelerinin kaç tanesinde elemanların çarpımı çift sayıdır?

A) 48 B) 52 C) 54 D) 56 E) 58

ÖRNEK-16

$\{a, b, c\} \subseteq K \subseteq \{a, b, c, d, e, f, g\}$

koşulunu sağlayan kaç farklı K kümesi yazılabilir?

A) 4 B) 8 C) 16 D) 32 E) 64

ÖRNEK-17

Elemanları tam sayı olan beş elemanlı bir A kümesinin tüm iki elemanlı alt kümelerinin elemanları birbiri ile çarpılıyor. Bu çarpımların sonucunda,

$-27, -21, -15, -6, 10, 14, 18, 35, 45, 63$

değerleri elde ediliyor.

Buna göre A kümesinin elemanları toplamının mutlak değeri kaçtır?

A) 20 B) 21 C) 22 D) 23 E) 24

ÖRNEK-18

Elemanları birer tam sayı olan A kümesi için T(A) bağıntısı T(A) = "A kümesinin elemanları toplamı" olarak tanımlanmıştır.

Buna göre,

$A = \{x \mid -5 < x < 9, x \in \mathbb{Z}\}$

kümesi için T(A) kaçtır?

A) 24 B) 25 C) 26 D) 27 E) 28

ÖRNEK-19

A ve B kümeleri, aynı evrensel kümeye ait kümelerdir. A ile B kümeleri ile ilgili aşağıdaki bilgiler veriliyor.

- A kümesinin eleman sayısı, B kümesinin eleman sayısından büyüktür.
- A ve B kümelerinin alt kümeleri sayıları toplamı 136'dır.
- A kümesi, B kümesini kapsar.

Buna göre A kümesinin alt kümelerinden kaç tanesi B kümesinden farklı olup B kümesini kapsar?

A) 15 B) 16 C) 17 D) 18 E) 19

ÖRNEK-20

Bir kümenin eleman sayısı o kümenin bir elemanı ise bu kümeye "gizemli küme" denir.

Örneğin; $K = \{3, 4, 5\}$ bir gizemli kümedir.

Buna göre, $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ kümesinin alt kümelerinden kaç tanesi gizemli kümedir?

A) 16 B) 24 C) 32 D) 40 E) 48

(2017-YGS)

1. $A = \{1, 2, \{3, 4, 5\}\}$ kümesi veriliyor.

Buna göre,

I. $1 \in A$

II. $\{1, 2\} \subseteq A$

III. $\{3, 4, 5\} \subseteq A$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II D) I ve III E) II ve III

2. **Aşağıdakilerden hangisi boş küme <u>değildir</u>?**

A) {Baş harfi Ğ olan illerimiz}

B) $\varnothing$

C) $\{x \mid x$ çift olan asal sayılar, $x > 3\}$

D) $\{x \mid x \in \mathbb{R},\ x^2 + 4 = 0\}$

E) $\{x \mid x = 3n,\ n \in \mathbb{Z},\ 10 < x < 19\}$

3. $A = \{k, a, l, e, m\}$

kümesinin alt kümelerinin kaç tanesinde a elemanı bulunur?

A) 4 B) 8 C) 16 D) 32 E) 64

4. $K = \{k, i, t, a, p\}$

kümesinin alt kümelerinin kaç tanesinde p elemanı <u>bulunmaz</u>?

A) 16 B) 32 C) 64 D) 72 E) 90

5. **Bir kümenin alt kümelerinin sayısı ile öz alt kümelerinin sayısının toplamı 255 olduğuna göre bu küme kaç elemanlıdır?**

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

6. **Yedi elemanlı bir kümenin en az üç elemanlı kaç alt kümesi vardır?**

A) 85 B) 87 C) 90 D) 95 E) 99

7. **Bir kümenin üç elemanlı alt kümelerinin sayısı ile dört elemanlı alt kümelerinin sayısı birbirine eşitse bu kümenin iki elemanlı alt kümelerinin sayısı kaçtır?**

A) 15 B) 18 C) 20 D) 21 E) 24

8. L = {a, l, t, ı, n}

kümesinin üç elemanlı alt kümelerinin kaç tanesinde a elemanı bulunur?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

9. A = {a, b, c, d, e, f}

kümesinin alt kümelerinin kaç tanesinde a veya b eleman olarak bulunur?

A) 48 B) 49 C) 50 D) 51 E) 52

10. K = {1, 2, 3, 4}

M = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}

K ⊆ L ⊆ M şartını sağlayan kaç tane L kümesi yazılabilir?

A) 4 B) 8 C) 16 D) 20 E) 32

11. A = {a, b, c}

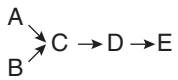
B = {x, a, b}

C = {x, a, b, c}

D = {x, a, b, c, d}

E = {y, x, a, b, c, d}

Liste yöntemi ile gösterilen bir kümenin doğrusal diyagramı aşağıdaki gibi ifade ediliyor.



Bu diyagram, "D kümesi C kümesini kapsar, C kümesi A ve B kümelerini kapsar, E kümesi de tüm kümeleri kapsar." şeklindedir.

Buna göre,

X = {a, b}

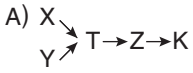
Y = {a, c}

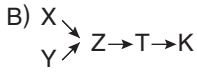
Z = {b, c}

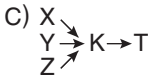
T = {a, b, c}

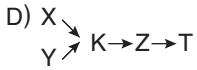
K = {a, b, c, d}

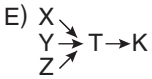
kümeleri ile oluşturulacak diyagram aşağıdakilerden hangisidir?

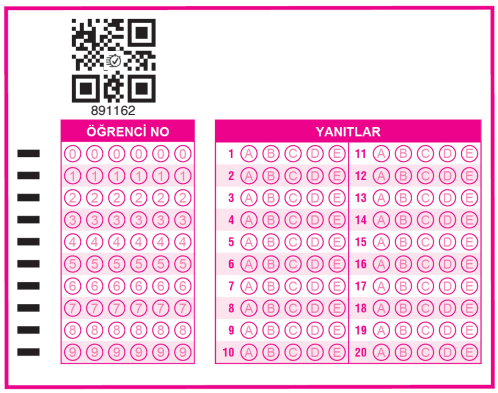
A) 

B) 

C) 

D) 

E) 

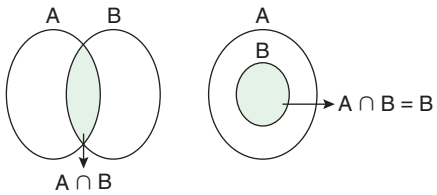


KÜMELERDE İŞLEMLER

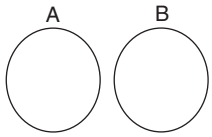
Kümelerde Kesişim İşlemi

A ve B kümelerinin ortak elemanlarının oluşturduğu kümeye **A kesişim B (A arakesit B) kümesi** denir ve $A \cap B$ şeklinde gösterilir.

$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ ve } x \in B\}$ dir.



✓ $A \cap B = \varnothing$ ise A ve B kümeleri ayrık kümelerdir.



$A \cap B = \varnothing$
A ile B ayrıktır.

ÖRNEK-21

$A = \{x \mid 10 < x < 80, \quad x = 6k, \ k \in \mathbb{Z}\}$

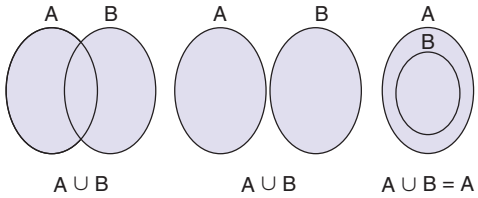
$B = \{x \mid -10 < x < 63, \ x = 4k, \ k \in \mathbb{Z}\}$

olduğuna göre $A \cap B$ kümesinin eleman sayısı kaçtır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

Kümelerde Birleşim İşlemi

A ve B kümelerinin tüm elemanlarının oluşturduğu kümeye **A birleşim B kümesi** denir ve $A \cup B$ şeklinde gösterilir.



$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ veya } x \in B\}$ dir.

ÖRNEK-22

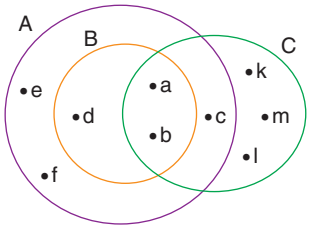
$A = \{x \mid 6 < x < 20, \quad x = 3k, \ k \in \mathbb{Z}\}$

$B = \{x \mid -1 \le x < 30, \quad x = 5k, \ k \in \mathbb{Z}\}$

olduğuna göre $s(A \cup B)$ kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 9

ÖRNEK-23



Şekildeki Venn şemasına göre aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) $A \cup B = \{a, b, c, d, e, f\}$

B) $B \cup C = \{a, b, d, c, k, l, m\}$

C) $A \cup C = \{a, b, d, c, e, f, k, l, m\}$

D) $s(A \cup B) = 8$

E) $s(A \cup C) = 9$

Birleşim ve Kesişim İşlemlerinin Özellikleri

E evrensel kümesinin alt kümeleri olan A, B ve C kümeleri verilsin.

- $A \cup \varnothing = A$
- $A \cap \varnothing = \varnothing$
- $A \cup E = E$
- $A \cap E = A$
- $A \cup A = A$ } Tek kuvvet özelliği
- $A \cap A = A$
- $A \cup B = B \cup A$ } Değişme özelliği
- $A \cap B = B \cap A$
- $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$ } Birleşme özelliği
- $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$
- $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ } Dağılma özelliği
- $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
- $A \subseteq (A \cup B)$ ve $B \subseteq (A \cup B)$
- $(A \cap B) \subseteq A$ ve $(A \cap B) \subseteq B$
- $A \subseteq B \iff A \cup B = B$

  $A \subseteq B \iff A \cap B = A$

Birleşim Kümesinin Eleman Sayısı

✓ $s(A \cup B) = s(A) + s(B) - s(A \cap B)$

✓ $s(A \cup B \cup C) = s(A) + s(B) + s(C) - s(A \cap B)$
$- s(A \cap C) - s(B \cap C) + s(A \cap B \cap C)$

ÖRNEK-24

A ve B birer kümedir.

$s(A) = 14$

$s(A \cap B) = 5$

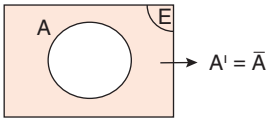
$s(A \cup B) = 22$

olduğuna göre s(B) kaçtır?

A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

Bir Kümenin Tümleyeni

A kümesi, E evrensel kümesinin bir alt kümesi olmak üzere evrensel kümede olup A'da olmayan elemanların oluşturduğu kümeye **A'nın tümleyeni** denir ve A' veya $\bar{A}$ şeklinde gösterilir.



Tümleyenin Özellikleri

✓ $(A')' = A$

✓ $A \cap A' = \varnothing$

✓ $E' = \varnothing$

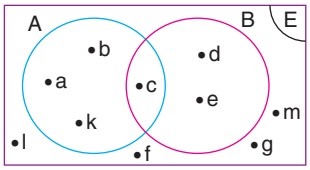
✓ $A \cup A' = E$

✓ $\varnothing' = E$

✓ $A \subseteq B \iff B' \subseteq A'$

✓ $s(A) + s(A') = s(E)$

ÖRNEK-25



Şekildeki Venn şemasına göre aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) $A = \{a, b, c, k\}$

B) $A' = \{l, m, f, g, d, e\}$

C) $B' = \{a, b, c, k, l, m, f, g\}$

D) $s(A \cup B) = 6$

E) $s((A \cup B)') = 4$

ÖRNEK-26

A ve B, E evrensel kümesine ait iki kümedir.

$s(A) + s(B') = 15$

$s(B) + s(A') = 21$

olduğuna göre s(E) kaçtır?

A) 16 B) 18 C) 19 D) 20 E) 21

DİFnot

De Morgan Kuralı

$(A \cup B)' = A' \cap B'$

$(A \cap B)' = A' \cup B'$

ÖRNEK-27

A ve B, E evrensel kümesinin iki alt kümesidir.

Buna göre,

$(A' \cup B')' \cap B'$

kümesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) A B) B C) A' D) B' E) $\varnothing$

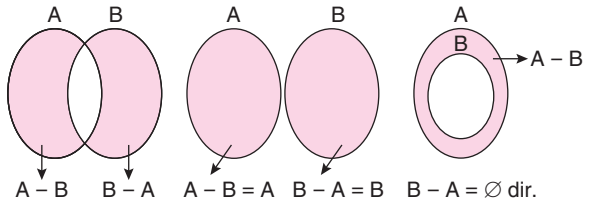
İki Kümenin Farkı

A ve B iki küme olmak üzere A kümesinde olup B kümesinde olmayan elemanların oluşturduğu kümeye **A fark B kümesi** denir. A – B veya A \ B şeklinde gösterilir.

$A - B = \{x \mid x \in A \text{ ve } x \notin B\}$ dir.

✓ $A - B = A \cap B'$

✓ $A \neq B$ iken $A - B \neq B - A$



ÖRNEK-28

A ve B iki küme olmak üzere,

$$\frac{s(A-B)}{5} = \frac{s(A \cap B)}{4} = \frac{s(B-A)}{8}$$

$s(A \cup B) = 51$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre s(A) kaçtır?

A) 12 B) 15 C) 24 D) 27 E) 30

ÖRNEK-29

İki kız ve üç erkekten oluşan bir arkadaş grubunda kızların isimleri AYLİN ve BENSU, erkeklerden ikisinin ismi ise AKIN ve KENAN'dır.

Kızların isimlerindeki harflerden oluşan küme X, erkeklerin isimlerindeki harflerden oluşan küme ise Y kümesi olarak belirleniyor.

$X \cap Y = \{A, B, E, N, U\}$ olduğuna göre, arkadaş grubundaki diğer erkek ismi aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) BARIŞ B) BİLAL C) BURAY D) BULUT E) BURAK

(2023-TYT)

ÖRNEK-30

Harflerden oluşan ve eleman sayıları 9 olan A ve B kümelerinin elemanları kullanılarak

- asker,
- ressam,
- akademisyen

kelimelerinden ikisi $A \cap B$ kümesinin elemanlarıyla, diğeri ise $A \cup B$ kümesinin elemanlarıyla yazılabilmektedir.

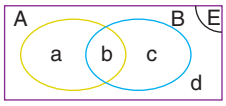
Buna göre, aşağıdakilerden hangisi A kümesindeki harflerle kesinlikle yazılamaz?

A) şair B) hekim C) memur D) sanatçı E) sekreter

(2021-TYT)

KÜME PROBLEMLERİ

Kümelerle ilgili problemlerin çözümü yapılırken verilen bilgilere uygun Venn şeması çizilir. Örneğin Ankara'ya gidenlerin kümesi A, Bursa'ya gidenlerin kümesi B olsun. E kümesi ise bir köyden Ankara ve Bursa'ya gidecek olan insanların kümesini gösteriyor olsun.



E: Köy halkı
A: Ankara'ya gidenler
B: Bursa'ya gidenler

- ✓ Ankara'ya gidenler = a + b
- ✓ Bursa'ya gidenler = b + c
- ✓ Yalnız Ankara'ya gidenler = a
- ✓ Yalnız Bursa'ya gidenler = c
- ✓ Ankara ve Bursa'ya gidenler = b
- ✓ Ankara veya Bursa'ya gidenler = a + b + c
- ✓ En az bir şehre gidenler = a + b + c
- ✓ En çok bir şehre gidenler = a + c + d

ÖRNEK-31

Bir dil kursundaki 30 öğrenci hem İngilizce hem de Almanca eğitimi almaktadır. Eğitim bittiğinde öğrencilerin başarı durumunu ölçmek için İngilizce ve Almanca derslerinden sınav yapılıyor ve sınava tüm öğrenciler katılıyor. Sınav sonuçları ile ilgili aşağıdakiler bilinmektedir.

- Almanca sınavında başarılı olan herkes, İngilizce sınavında da başarılı oluyor.
- Yalnızca bir sınavdan başarılı olan öğrenci sayısı 15'tir.
- En çok bir sınavdan başarılı olan öğrenci sayısı, her iki sınavdan başarılı olan öğrenci sayısının 2 katıdır.

Buna göre bu kurstaki öğrencilerin kaç tanesi Almanca sınavında başarılı olmuştur?

A) 5 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

ÖRNEK-32

Bir sınıfta gözlüklü kız öğrencilerin sayısı 5, gözlüksüz öğrencilerin sayısı 18, gözlüklü erkek öğrencilerin sayısı 6'dır.

Buna göre sınıf mevcudu kaçtır?

A) 25 B) 26 C) 27 D) 28 E) 29

ÖRNEK-33

A ve B iki küme olmak üzere

$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ olduğu ve

- $A \setminus B$ kümesinin elemanlarından ikisinin toplamının 8 olduğu,
- $A \cap B$ kümesinin elemanlarından ikisinin farkının 8 olduğu,
- $B \setminus A$ kümesinin elemanlarından ikisinin çarpımının 8 olduğu

biliniyor.

A kümesindeki elemanların toplamı B kümesindeki elemanların toplamına eşit olduğuna göre $A \cap B$ kümesindeki elemanların toplamı kaçtır?

A) 10 B) 17 C) 18 D) 23 E) 25

(2024-TYT)

ÖRNEK-34

a bir tam sayı olmak üzere,

$B = \{2, 4, 8, a\}$

kümesinin her bir elemanı 2 ile çarpılarak dört elemanlı yeni bir küme elde ediliyor.

Bu iki kümenin kesişim kümesi 3 elemanlı olduğuna göre, a'nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?

A) 12 B) 15 C) 17 D) 20 E) 21

(2022-TYT)

KARTEZYEN ÇARPIM

Sıralı İkili

a ve b elemanlarının (a, b) şeklindeki sıralı gösterimine **sıralı ikili** denir.

$a \neq b$ ise $(a, b) \neq (b, a)$ dır.

$(a, b) = (c, d)$ ise $a = c$ ve $b = d$'dir.

ÖRNEK-35

$(a - 2b, 3a + 2) = (-6, 8)$

olduğuna göre a·b çarpımı kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

Kartezyen Çarpım

A ve B boş kümeden farklı iki küme olmak üzere birinci elemanı A kümesinden, ikinci elemanı B kümesinden alınarak oluşturulan tüm sıralı ikililerin kümesine **A kartezyen çarpım B** denir ve AxB şeklinde gösterilir.

$AxB = \{(x, y) : x \in A \text{ ve } y \in B\}$

$A \neq B$ iken $AxB \neq BxA$

$s(AxB) = s(A) \cdot s(B)$

$s(AxB) = s(BxA)$

Örneğin $A = \{1, 2, 3\}$ ve $B = \{4, 5\}$ kümeleri için,

$AxB = \{(1, 4), (1, 5), (2, 4), (2, 5), (3, 4), (3, 5)\}$

$BxA = \{(4, 1), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 2), (5, 3)\}$ ve

$s(AxB) = s(BxA) = 6$'dır.

ÖRNEK-36

$A = \{a, b, c\}$ ve $B = \{1, 2, 3\}$ olduğuna göre $s(AxB)$ kaçtır?

A) 4 B) 7 C) 8 D) 9 E) 12

Kartezyen Çarpımın Özellikleri

✓ $AxA = A^2$

✓ $Ax(BxC) = (AxB)xC$

✓ $Ax(B \cup C) = (AxB) \cup (AxC)$

✓ $Ax(B \cap C) = (AxB) \cap (AxC)$

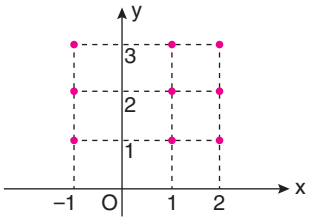
✓ $Ax(B - C) = (AxB) - (AxC)$

Kartezyen Çarpımın Grafiği

✓ Kümelerin her ikisi de noktalardan oluşuyorsa AxB'nin grafiği de noktalardan oluşur.

ÖRNEK-37

AxB'nin grafiği aşağıda verilmiştir.



Buna göre aşağıdakilerden hangisi <u>yanlıştır</u>?

A) $A = \{-1, 1, 2\}$ B) $B = \{1, 2, 3\}$

C) $A \cup B = \{-1, 1, 2, 3\}$ D) $A \setminus B = \{-1, 3\}$

E) $A \cap B = \{1, 2\}$

ÖRNEK-38

a ve b birer rakam olmak üzere,

$A = \{5, 6, 7, 8, 9\}$

$B = \{1, 4, 5, 7\}$

$C = \{a, b\}$

kümeleri veriliyor.

$(A \cup C) \times (B \cup C)$

kartezyen çarpımının eleman sayısı 28 olduğuna göre, a + b toplamı kaçtır?

A) 5 B) 6 C) 8 D) 9 E) 11

(2021-AYT)

1. $A = \{x \mid 5 < x < 92, x = 3k, \ k \in \mathbb{Z}\}$

$B = \{x \mid 6 < x < 97, x = 4m, \ m \in \mathbb{Z}\}$

olduğuna göre s(A ∩ B) kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

2. $s(A - B) + s(B - A) = 14$

$s(A \cup B) = 20$

olduğuna göre s(A) + s(B) toplamı kaçtır?

A) 26 B) 23 C) 20 D) 17 E) 14

3. A ve B kümeleri, E evrensel kümesine ait kümeler ve a bir pozitif tam sayı olmak üzere,

$s(A - B) = a + 1$

$s(B - A) = a + 2$

$s(A' \cap B') = a$

$s(E - (A \cap B)) = 27$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre a değeri kaçtır?

A) 3 B) 5 C) 8 D) 9 E) 10

4. $A \not\subset B$ ve $B \not\subset A$'dır.

$(A - B') \cup (B - A')$

kümesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $A - B$

B) $B - A$

C) $A \cup B$

D) $A \cap B$

E) $(A \cup B) - (A \cap B)$

5. 55 kişilik bir toplulukta 20 öğrenci İngilizce, 22 öğrenci Almanca ve 18 öğrenci Fransızca biliyor. Her üç dili bilen 3 kişi ve hiç dil bilmeyen 5 kişi vardır.

Buna göre yalnız iki dil bilen kaç öğrenci vardır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

6. 30 kişilik bir sınıfta gözlüksüz kız öğrenci sayısı; gözlüklü erkek öğrenci sayısından 1 eksik, gözlüklü kız öğrenci sayısından da 1 fazladır.

Gözlüksüz erkek öğrenci sayısı 6 olduğuna göre erkek veya gözlüksüz öğrenci sayısı kaçtır?

A) 21 B) 22 C) 23 D) 24 E) 25

7. İngilizce ve Almanca dillerinden en az birini bilenlerin oluşturduğu bir topluluğun %70'i İngilizce, %50'si Almanca bilmektedir.

İngilizce ve Almanca bilen 10 kişi olduğuna göre sadece İngilizce bilen kaç kişi vardır?

A) 21 B) 22 C) 24 D) 25 E) 26

8. A = {Sınıftaki erkek öğrenciler}

B = {Matematik dersinden geçen öğrenciler}

C = {Fizik dersinden geçen öğrenciler}

Buna göre $A' \cap (B - C)$ kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) {Matematikten geçip fizikten kalan kız öğrenciler}

B) {Fizikten geçip matematikten kalan kız öğrenciler}

C) {Yalnızca bir dersten geçen erkek öğrenciler}

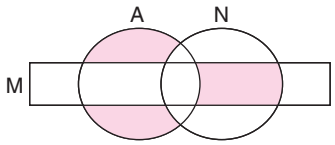
D) {Matematikten geçip fizikten kalan erkek öğrenciler}

E) {Fizikten geçip matematikten kalan erkek öğrenciler}

9. Aşağıdaki Venn şemasında;

- çift sayılar kümesi M,
- 3 ile tam bölünebilen sayılar kümesi A,
- 5 ile tam bölünebilen sayılar kümesi N

harfleriyle gösterilmiştir.



Buna göre,

K = {1476, 2226, 1110, 1620, 333, 108, 219}

kümesinin elemanlarından kaç tanesi şekildeki boyalı bölgelerde yer alır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

10. **A, B ve C kümeleri için,**

$A \cap C = \{1, 2, 3\}$

B = {a, b}

olduğuna göre $(A \times B) \cap (C \times B)$ kümesinin eleman sayısı kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 10 E) 15

11. A = {1, 2, 3}

B = {–1, 0, 1}

Buna göre AxB'nin elemanlarını dışarıda bırakmayan en küçük çemberin yarıçapı kaç birimdir?

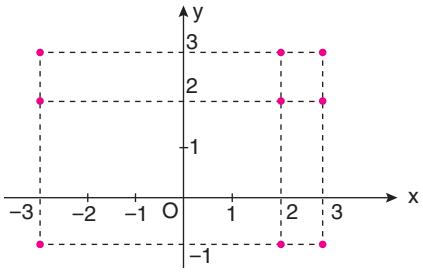
A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt{3}$ D) 2 E) $2\sqrt{2}$

12. $A = \{x : |x - 2| < 3 \text{ ve } x \in \mathbb{Z}\}$

olduğuna göre A^2 nin elemanlarını dışarıda bırakmayan en küçük dikdörtgenin alanı kaç birimkaredir? (A^2 = AxA)

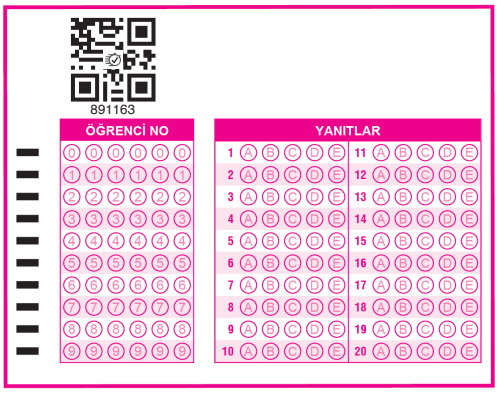
A) 4 B) 9 C) 16 D) 25 E) 36

13. Şekilde AxB'nin grafiği verilmiştir.



Buna göre B kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) [–1, 3) B) [–3, 3] C) {–1, 2, 3} D) {–3, 2, 3} E) {–3, 1, 2, 3}



1. "24 Kasım Öğretmenler Günü" etkinliği olarak bir okul, öğretmenlerine yemekli bir gece düzenliyor.

- Yemekte pide isteyen erkek öğretmen sayısı, döner isteyen bayan öğretmen sayısının iki katı ve tüm grubun $\frac{1}{3}$'ü kadardır.
- Döner isteyen erkek öğretmenlerin sayısı ile pide isteyen bayan öğretmenlerin sayılarının toplamı 15'tir.
- Her öğretmen pide veya dönerden yalnız birini istemiştir.

Buna göre yemeğe katılan kaç öğretmen vardır?

A) 20 B) 24 C) 25 D) 27 E) 30

2. Futbol veya basketbol oyununu oynayanlar ile bu iki oyunu da oynamayanların bulunduğu bir grup ile ilgili aşağıdakiler biliniyor.

- Toplamda 30 kişi vardır.
- Yalnızca futbol oynayan 5 kişi vardır.
- Basketbol oynayan 15 kişi vardır.

Buna göre bu grupta her iki oyunu da oynamayan kaç kişi vardır?

A) 5 B) 7 C) 8 D) 10 E) 12

3. Bir kümenin eleman sayısı, bu kümenin bir elemanı ise böyle kümelere "onurlu kümeler" denir.

Örneğin $A = \{1, 2, 3, 4\}$ kümesinin eleman sayısı 4 ve $4 \in A$'dır. O hâlde A kümesi bir onurlu kümedir.

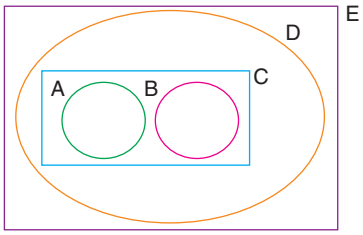
Buna göre,

$B = \{0, 1, 3, 4, 5, 6, 7\}$

kümesinin dört elemanlı onurlu alt kümelerinin sayısı kaçtır?

A) 12 B) 15 C) 18 D) 20 E) 25

4.

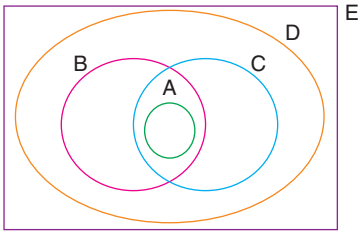


Venn şeması ile verilen kümelerin alt kümelerinin alt küme olmalarıyla ilgili doğrusal diyagram,

$$\begin{matrix} A \searrow \\ B \nearrow \end{matrix} C \rightarrow D \rightarrow E$$

şeklinde sembolize ediliyor.

Buna göre,



kümeleri arasında oluşturulacak doğrusal diyagram aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\begin{matrix} & B \searrow & \\ A \nearrow & & D \rightarrow E \\ & C \nearrow & \end{matrix}$ B) $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E$

C) $A \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow E$ D) $\begin{matrix} A \searrow \\ B \nearrow \end{matrix} C \rightarrow D \rightarrow E$

E) $\begin{matrix} A \searrow \\ C \nearrow \end{matrix} B \rightarrow D \rightarrow E$

5. AxB kümesi BxC kümesinin alt kümesidir.

$10 \cdot s(A) = 6 \cdot s(B) = 5 \cdot s(C)$ dir.

Buna göre,

I. B − A kümesinin eleman sayısı, C − B kümesinin eleman sayısına eşittir.

II. $A \cap B$'nin eleman sayısı, B kümesinin eleman sayısının %60'ıdır.

III. $s(A \cup B) = s(B \cap C)$ dir.

yargılarından hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II D) II ve III E) I, II ve III