MANTIK

ÖNERME

Doğru ya da yanlış kesin hüküm bildiren ifadelere **önerme** denir. Önermeler p, q, r, s, t, … gibi harflerle gösterilir.

Önermenin belirttiği hüküm itibarıyla doğru ya da yanlış olmasına **önermenin doğruluk değeri** denir.

Bir önerme, doğru bir hüküm belirtiyorsa böyle önermelere **doğru önerme** denir. D veya 1 ile gösterilir. Eğer önerme, yanlış bir hüküm belirtiyorsa böyle önermelere **yanlış önerme** denir. Y veya 0 ile gösterilir.

✓ Birbirinden farklı n tane önermenin 2^n tane doğruluk değeri vardır.

p
1
0

$2^1 = 2$ tane

p	q
1	1
1	0
0	1
0	0

$2^2 = 4$ tane

ÖRNEK-1

Aşağıdakilerden hangisi önermedir?

A) Bugün hava nasıl?

B) Orkide güzel bir çiçektir.

C) 3 tek sayıdır.

D) Bugün hava güzel.

E) Yeşil rengi severim.

DİFnot

Önermenin belirttiği yargı öznel değil, nesnel olmalıdır. Herkesçe kabul edilen bir yargı olmalı, kişiye göre değişmemelidir.

ÖRNEK-2

p: "Bir üçgenin iç açılarının ölçüleri toplamı 180° dir."

q: "12! sayısının sondan üç basamağı sıfırdır."

r: "2, en küçük asal sayıdır."

Yukarıda verilen önermelerden hangilerinin doğruluk değeri "1" dir?

A) Yalnız p B) Yalnız q C) p ve q D) p ve r E) p, q ve r

ÖRNEK-3

Birbirinden farklı 6 önermenin doğruluk değeri için kaç değişik durum vardır?

A) 12 B) 16 C) 32 D) 64 E) 128

Denk Önermeler

Doğruluk değerleri aynı olan önermelere **denk önermeler** denir.

p ve q önermeleri denk ise $p \equiv q$, p ve q önermeleri denk değilse $p \not\equiv q$ şeklinde gösterilir.

Bir Önermenin Olumsuzu (Değili)

Bir önermenin belirttiği hüküm olumsuz yapıldığında elde edilen yeni önermeye bu önermenin **değili (olumsuzu)** denir.

p'nin değili p' ile gösterilir.

$(p')' \equiv p$'dir. (Bir önermenin değilinin değili kendisidir.)

p'nin değili; p' veya $\sim p$ ile gösterilir.

p	p'
1	0
0	1

ÖRNEK-4

p: "Ankara Türkiye'nin başkentidir."

q: "0 bir rakam değildir."

r: "Bir dakika 60 saniyedir."

Bu önermelerin olumsuzlarının doğruluk değerleri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 1, 0, 0 B) 1, 0, 1 C) 0, 1, 0 D) 1, 1, 0 E) 0, 0, 1

ÖRNEK-5

p: "Bir ay 30 gündür."

önermesinin değili aşağıdakilerden hangisidir?

A) "Bazı aylar 31 gündür."

B) "Bazı aylar 30 gün olmayabilir."

C) "Bir ay 31 gündür."

D) "Bir ayda 28 gün olabilir."

E) "Bir ay 30 gün değildir."

Bileşik Önermeler

İki veya daha fazla önermenin "ve", "veya", "ya da", "ise" ve "ancak ve ancak" gibi matematiksel bağlaçlar ile bağlanması sonucu elde edilen yeni önermelere **bileşik önerme** denir.

Veya ($\vee$) Bağlacı

"p veya q" önermesi $p \vee q$ şeklinde gösterilir. $p \vee q$ bileşik önermesi önermelerin her ikisi de yanlışken yanlış, diğer durumlarda doğrudur.

p	q	$p \vee q$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

Ve ($\wedge$) Bağlacı

"p ve q" önermesi $p \wedge q$ şeklinde gösterilir. $p \wedge q$ bileşik önermesi önermelerin her ikisi de doğru iken doğru, diğer tüm durumlarda yanlıştır.

p	q	$p \wedge q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

"$\wedge$" ve "$\vee$" Bağlaçlarının Özellikleri

✓ Tek kuvvet özelliği

$p \wedge p \equiv p$ $\quad$ $p \vee p \equiv p$

✓ Değişme özelliği

$p \wedge q \equiv q \wedge p$ $\quad$ $p \vee q \equiv q \vee p$

✓ Birleşme özelliği

$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r$

$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r$

✓ Dağılma özelliği

$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$

$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

✓ De Morgan kuralı

$(p \vee q)' \equiv p' \wedge q'$

$(p \wedge q)' \equiv p' \vee q'$

✓ Diğer özellikler

$p \vee 1 \equiv 1$ $\quad$ $p \wedge 1 \equiv p$

$p \vee 0 \equiv p$ $\quad$ $p \wedge 0 \equiv 0$

$p \vee p' \equiv 1$ $\quad$ $p \wedge p' \equiv 0$

$p \wedge (p \vee q) \equiv p$ $\quad$ $p \vee (p \wedge q) \equiv p$

ÖRNEK-6

Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) $p \vee 1 \equiv 1$ B) $p \vee p \equiv p$ C) $p \wedge p' \equiv 0$ D) $p \wedge 0 \equiv p$ E) $p \vee p' \equiv 1$

ÖRNEK-7

$[(p \wedge q) \vee (p' \wedge q)] \vee q'$

önermesinin en sade hâli aşağıdakilerden hangisidir?

A) 0 B) 1 C) p D) q E) p'

ÖRNEK-8

$[(p' \wedge q')' \wedge p'] \vee q$

bileşik önermesinin en sade hâli aşağıdakilerden hangisidir?

A) q B) p C) 1 D) $p \wedge q'$ E) $p' \wedge q$

ÖRNEK-9

$p \vee q \equiv 0$ ve $p \vee r \equiv 1$ bileşik önermeleri veriliyor.

Buna göre,

I. $q \wedge r \equiv 0$

II. $p \wedge (q \vee r) \equiv 1$

III. $(q \wedge r') \wedge p' \equiv 1$

denkliklerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II D) II ve III E) I, II ve III

Ya Da ($\veebar$) Bağlacı

"p ya da q" önermesi $p \veebar q$ şeklinde gösterilir.

$p \veebar q$ bileşik önermesi; önermelerin her ikisinin de doğruluk değerleri aynı iken yanlış, önermelerin doğruluk değerleri farklı iken doğrudur.

p	q	$p \veebar q$
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	0

Ya Da ($\veebar$) Bağlacının Özellikleri

$p \veebar p \equiv 0$ $p \veebar 1 \equiv p'$

$p \veebar p' \equiv 1$ $p \veebar 0 \equiv p$

$\veebar$ işleminin, $\wedge$ ve $\vee$ işlemleri üzerine dağılma özelliği yoktur.

ÖRNEK-10

$p \vee (q' \vee r') \equiv 0$

olduğuna göre,

I. $p \wedge q \equiv 0$

II. $p \veebar q \equiv 1$

III. $p \veebar r' \equiv 1$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız III C) I ve II D) I ve III E) I, II ve III

ÖRNEK-11

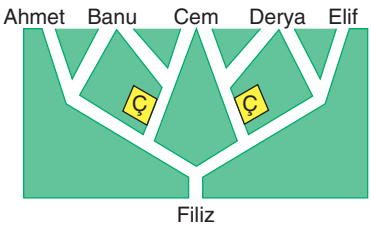
$(p \veebar q) \vee (p' \veebar q')$

bileşik önermesi aşağıdaki önermelerden hangisine denktir?

A) 0 B) 1 C) $p \veebar q$ D) q E) p'

ÖRNEK-12

Filiz başlangıç noktasından yola çıkarak üç yol ayrımından geçmiş ve arkadaşları olan Ahmet, Banu, Cem, Derya ve Elif'ten birine gitmiştir.



p: İlk yol ayrımında soldaki yoldan gitmiştir.

q: İkinci yol ayrımında çiçekçi (Ç)'nin olduğu yoldan gitmiştir.

r: Üçüncü yol ayrımında sağdaki yoldan gitmiştir.

önermeleri verilmiştir.

$p' \wedge (q \wedge r)$

önermesi doğru olduğuna göre, Filiz hangi arkadaşına gitmiştir?

A) Ahmet B) Banu C) Cem D) Derya E) Elif

(2022-TYT)

ÖRNEK-13

Zeynep, Elif, Esra ve Beyza birlikte otobüsle yolculuk yapacaklardır. Otobüste 1 tane iki kişilik, 2 tane tek kişilik koltuk boştur. Bu arkadaşlar arasında aşağıdaki konuşma geçiyor.

Esra: Ya tek kişilik koltukta otururum ya da Elif ile yan yana koltukta otururum.

Zeynep: Beyza ile yan yana koltukta oturmam.

Beyza: Elif ile yan yana koltukta oturmam.

Zeynep iki kişilik koltukta oturduğuna ve her birinin isteği karşılandığına göre,

I. Esra ile Zeynep, aynı koltukta oturmuştur.

II. Beyza, iki kişilik koltukta oturmuştur.

III. Esra, tek kişilik koltukta oturmuştur.

IV. Zeynep ile Elif, iki kişilik koltukta oturmuştur.

V. Beyza, tek kişilik koltukta oturmuştur.

önermelerinden hangileri kesinlikle doğrudur?

A) I, II ve IV B) I, III ve V C) I, IV ve V D) II, III ve V E) III, IV ve V

ÖRNEK-14

Ayşe, uçakla yapacağı bir yolculuk için aşağıdakilerden kendine uygun olanları seçerek biletleme işlemini tamamlamıştır.

Koltuk seçimi
a) Standart koltuk seçimi (ücretsiz)
b) İstenilen koltuk seçimi (ücretli)
Bagaj seçimi
a) Standart bagaj hakkı (ücretsiz)
b) Ekstra bagaj hakkı (ücretli)
Yemek seçimi
a) Yemek istemiyorum (ücretsiz)
b) Yemek istiyorum (ücretli)

Bu bilgilerle ilgili

p: Koltuk seçimi için ücret ödemiştir.

q: Bagaj seçimi için ücret ödememiştir.

r : Yemek seçimi için ücret ödemiştir.

önermeleri veriliyor.

$(p' \wedge r) \wedge (p \vee q)$ önermesinin doğru olduğu bilindiğine göre Ayşe'nin koltuk, bagaj ve yemek seçimi sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

A) a – a – a B) b – b – b C) a – b – a D) b – b – a E) a – a – b

(2024-TYT)

1. **Aşağıdakilerden hangisi önerme <u>değildir</u>?**

A) $2 + 4 < 2 + 6$

B) En küçük tam sayı 0'dır.

C) $-5 < 2$'dir.

D) 5 bir asal sayıdır.

E) Bugün hava çok güzel.

2. $p' \wedge (p' \vee q)'$

bileşik önermesi aşağıdakilerden hangisine denktir?

A) p B) 0 C) 1 D) p' E) q

3. $(p \wedge q) \vee (p' \wedge q)$

önermesinin <u>en sade</u> hâli aşağıdakilerden hangisidir?

A) 0 B) 1 C) q D) $p \wedge q$ E) $p \vee q$

4. $\left[(p' \wedge q) \vee (q' \wedge p')\right]'$

bileşik önermesi aşağıdakilerden hangisine denktir?

A) $p \wedge q$ B) p' C) q D) p E) 1

5. $p' \vee (q \wedge r)' \equiv 0$

olduğuna göre p, q ve r önermelerinin doğruluk de-ğerleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

A) 1, 1, 1 B) 1, 1, 0 C) 1, 0, 1 D) 0, 0, 1 E) 1, 0, 0

6. $(q' \wedge r) \wedge \left[q \wedge (r \vee p)\right]$

bileşik önermesi aşağıdakilerden hangisine denktir?

A) q B) p C) 0 D) 1 E) p'

7. $(p \vee q)' \wedge (r' \vee q)' \equiv 1$

olduğuna göre p', q' ve r' önermelerinin doğruluk değerleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

A) 1, 1, 0 B) 1, 1, 1 C) 1, 0, 1 D) 0, 0, 1 E) 0, 0, 0

8. $\left[(p \veebar 0) \wedge (q \veebar q')\right] \vee p'$

bileşik önermesinin denk olduğu önerme aşağıdakilerden hangisidir?

A) p' B) q C) p D) 0 E) 1

9. Ahmet girdiği test sınavında sorulan sorulara "Doğru (D)-Yanlış (Y)" şeklinde cevap vermek zorundadır. Ahmet kendisine sorulan 20 sorudan 7 tanesinin cevabının kesin doğru olduğunu, 5 tanesinin de kesin yanlış olduğunu biliyor. Ahmet bu sınavdaki tüm soruları cevaplandırmak zorundadır.

Buna göre Ahmet'in oluşturacağı cevap kâğıdı kaç farklı durum alabilir?

A) 32 B) 64 C) 128 D) 256 E) 320

10. Sınıfında önermenin tanımını anlatan Sedef Öğretmen, "Önermeye örnek vermek isteyen var mı?" der ve cevap veren beş öğrencisinin cevabını tahtaya yazar.

Ali: Tüm reel sayıların karesi pozitiftir.

Samet: Bugün günlerden salıdır.

Mehmet: Mantık TYT konusudur.

Akif: Bugün hava çok soğuk.

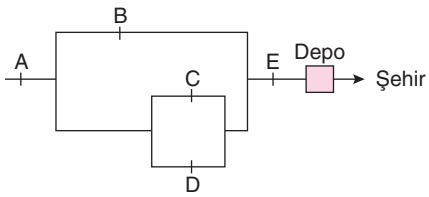
Seda: Bir gün 24 saattir.

Cevap veren bu öğrencilerden dördü doğru, biri yanlış cevap vermiştir.

Buna göre öğrencilerden hangisinin cevabı yanlıştır?

A) Akif B) Seda C) Mehmet D) Samet E) Ali

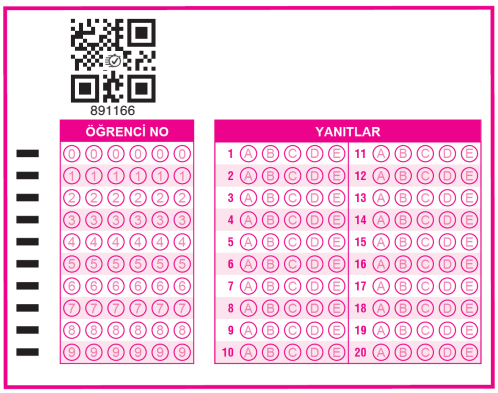
11. Aşağıdaki şema bir şehre ait su arıtma tesisatının krokisidir.



A, B, C, D ve E noktalarında vanalar bulunmaktadır. Vana açıksa su geçer ve 1 ile, vana kapalı ise su geçmez ve 0 ile gösterilmektedir.

Buna göre aşağıdaki durumların hangisinde arıtma tesisatından çıkan su depoya ulaşır?

	A	B	C	D	E
A)	1	1	0	1	0
B)	1	0	1	1	1
C)	0	1	1	0	1
D)	1	0	0	0	1
E)	1	1	1	1	0



Koşullu Önerme (İse (⇒) Bağlacı)

p ile q önermelerinin "ise bağlacı" ile birbirine bağlanması ile elde edilen önermeye **koşullu önerme** denir. $p \Rightarrow q$ şeklinde gösterilir.

$p \Rightarrow q$ bileşik önermesi; birinci önerme doğru, ikinci önerme yanlışken yanlış, diğer durumlarda doğrudur.

p	q	$p \Rightarrow q$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

✓ $p \Rightarrow q$ önermesinde p önermesine **hipotez**, q önermesine **hüküm** denir. Ayrıca p önermesi q önermesi için yeter koşul, q önermesi p önermesi için gerek koşuldur.

✓ $p \Rightarrow q$ önermesinin doğruluk değeri "1" ise bu önermeye **gerektirme** denir.

Koşullu Önermenin Özellikleri

$p \Rightarrow p \equiv 1$ $\qquad$ $p \Rightarrow p' \equiv p'$

$1 \Rightarrow p \equiv p$ $\qquad$ $p \Rightarrow 1 \equiv 1$

$0 \Rightarrow p \equiv 1$ $\qquad$ $p \Rightarrow 0 \equiv p'$

DİFnot

✓ $p \Rightarrow q \equiv p' \vee q$'dur.

ÖRNEK-15

$(p \Rightarrow q) \vee (p \vee q)$

önermesinin <u>en sade</u> hâli aşağıdakilerden hangisidir?

A) 0 $\qquad$ B) 1 $\qquad$ C) p

D) q' $\qquad$ E) $p \Rightarrow q$

ÖRNEK-16

$p' \Rightarrow (p' \Rightarrow q)$

önermesinin <u>en sade</u> hâli aşağıdakilerden hangisidir?

A) 0 $\qquad$ B) 1 $\qquad$ C) $p \wedge q$

D) $p' \vee q$ $\qquad$ E) $p \vee q$

ÖRNEK-17

$p' \Rightarrow (q \vee r) \equiv 0$

olduğuna göre aşağıdakilerden hangisi <u>yanlıştır</u>?

A) $p \vee q \equiv 0$ $\qquad$ B) $p' \vee q \equiv 1$ $\qquad$ C) $p \wedge q' \equiv 0$

D) $p \vee r \equiv 1$ $\qquad$ E) $p \wedge r \equiv 0$

ÖRNEK-18

$\left[(p' \vee q') \vee p'\right] \Rightarrow (p \Rightarrow q')'$

bileşik önermesi aşağıdakilerden hangisine denktir?

A) $p \Rightarrow q$ $\qquad$ B) $p \wedge q$ $\qquad$ C) $p \vee q$

D) p $\qquad$ E) q'

Koşullu Önermenin Karşıtı, Tersi ve Karşıt Tersi

p ve q iki önerme olmak üzere, $p \Rightarrow q$ önermesinin,

✓ karşıtı: $q \Rightarrow p$

✓ tersi: $p' \Rightarrow q'$

✓ karşıt tersi: $q' \Rightarrow p'$

şeklinde tanımlanır.

ÖRNEK-19

"Bugün günlerden cumartesi ise okullar tatildir."

önermesinin karşıt tersi aşağıdakilerden hangisidir?

A) "Bugün günlerden cumartesi değilse okullar tatil değildir."

B) "Bugün günlerden cumartesi ise okullar tatil değildir."

C) "Okullar tatil değilse bugün günlerden cumartesi değildir."

D) "Okullar tatilse bugün günlerden cumartesidir."

E) "Bugün günlerden pazar ise okullar tatildir."

DİFnot

Bir koşullu önermenin doğruluk değeri ile karşıt tersinin doğruluk değeri birbirine denktir.

$p \Rightarrow q \equiv q' \Rightarrow p'$ dir.

p	q	p'	q'	$p \Rightarrow q$	$q' \Rightarrow p'$
1	1	0	0	1	1
1	0	0	1	0	0
0	1	1	0	1	1
0	0	1	1	1	1

$p \Rightarrow q \equiv q' \Rightarrow p'$ dir.

ÖRNEK-20

Okulun düzenlediği geziye katılan Semih annesine ya Ankara'ya ya da İstanbul'a gideceklerini söylüyor. Birkaç saat sonra annesinden "Şu an neredesiniz oğlum?" mesajını alıyor.

Semih, annesine cevap olarak aşağıdaki önermeleri yazıyor.

p: "İstanbul'dayız."

q: "Topkapı müzesini geziyoruz."

r: "Ankara'dayız."

s: "Etnografya müzesindeyiz."

Buna göre aşağıdaki önermelerden hangisinin doğruluk değeri kesinlikle "0"dır?

A) $p \wedge q$ B) $s \Rightarrow r$ C) $p \veebar r$

D) $q \wedge r$ E) $r \wedge s$

ÖRNEK-21

Doktor muayenesinden önce Sibel Hanım'ın yaşı, boyu ve kilosu bir karta yazılıyor.

Yaş: 53
Boy: .....
Kilo: .....

Bu bilgilerle ilgili,

p : Sibel Hanım'ın kilosu 60 kilogramdan fazladır.

q : Sibel Hanım'ın boyu 164 cm ile 170 cm aralığındadır.

r : Sibel Hanım'ın yaşı 55 ile 65 aralığındadır.

önermeleri veriliyor.

$(p \Rightarrow q') \wedge r'$

önermesinin yanlış olduğu bilindiğine göre, Sibel Hanım'ın boyu ve kilosu aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) 160 cm – 56 kilogram

B) 165 cm – 58 kilogram

C) 166 cm – 62 kilogram

D) 171 cm – 59 kilogram

E) 172 cm – 64 kilogram

(2023-TYT)

İki Yönlü Koşullu Önerme (Ancak ve Ancak (⇔))

$p \Rightarrow q$ önermesi ile bunun karşıtı olan $q \Rightarrow p$ önermesinin ve bağlacı ile bağlanmasıyla elde edilen önermeye **iki yönlü koşullu önerme** denir. $p \Leftrightarrow q$ şeklinde gösterilir ve "p ancak ve ancak q" şeklinde okunur.

$p \Leftrightarrow q$ bileşik önermesi p ve q önermelerinin doğruluk değerleri aynı iken doğru, p ve q önermelerinin doğruluk değerleri farklı iken yanlıştır.

p	q	$p \Leftrightarrow q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

$p \Leftrightarrow q$ önermesinin doğruluk değeri "1" ise bu önermeye **çift yönlü gerektirme** denir.

İki Yönlü Koşullu Önermenin Özellikleri

$p \Leftrightarrow q \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$

$p \Leftrightarrow q \equiv q \Leftrightarrow p$ (Değişme özelliği)

$(p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow r \equiv p \Leftrightarrow (q \Leftrightarrow r)$ (Birleşme özelliği)

$(p \Leftrightarrow q)' \equiv (p' \Leftrightarrow q) \equiv (p \Leftrightarrow q')$

$p \Leftrightarrow p \equiv 1$

$p \Leftrightarrow p' \equiv 0$

$p \Leftrightarrow 1 \equiv p$

$p \Leftrightarrow 0 \equiv p'$

ÖRNEK-22

$p \Leftrightarrow q$

önermesi aşağıdaki önermelerden hangisine denktir?

A) $(p' \vee q) \wedge (q' \vee p)$ B) $(p \vee q) \wedge (q' \wedge p')$

C) $(p \wedge q) \wedge (p' \wedge q')$ D) $(p' \vee q') \vee (p \wedge q)$

E) $(p \vee q') \wedge (p \vee q)$

ÖRNEK-23

I. $p \Leftrightarrow p' \equiv 0$

II. $p \Leftrightarrow q \equiv (q \Rightarrow p) \wedge (p \Rightarrow q)$

III. $1 \Leftrightarrow 1 \equiv p \Leftrightarrow p'$

Yukarıda verilen ifadelerden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III

D) I ve II E) I, II ve III

ÖRNEK-24

p, q ve r önermeleri için,

$p' \Rightarrow (r \Leftrightarrow q)$

önermesinin yanlış olduğu biliniyor.

Buna göre,

I. $p \Rightarrow r$

II. $r' \Leftrightarrow q$

III. $q' \Rightarrow p$

önermelerinden hangileri daima doğrudur?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II

D) I ve III E) II ve III

Açık Önerme

İçerisinde en az bir değişken bulunduran ve bu değişkene verilen değerlere göre doğru ya da yanlış değerler alabilen önermelere **açık önerme** denir.

Sadece x değişkenine bağlı verilen bir p önermesi, p(x) ile x ve y değişkenlerine bağlı verilen p önermesi, p(x, y) ile gösterilir.

Herhangi bir E evrensel kümesine bağlı verilen bir p açık önermesini sağlayan (doğrulayan) kümeye, bu p açık önermesinin **doğruluk kümesi** denir.

Örneğin, p(x): "$x - 1 \leq 3$ ve $x \in \mathbb{N}$" açık önermesinin doğruluk kümesi,

$x \leq 4 \quad x \in \mathbb{N}$ yani $\{0, 1, 2, 3, 4\}$

şeklindedir.

ÖRNEK-25

p(x): "$x \in \mathbb{Z}, (x^2 - 4) \cdot (x^2 + 3x) = 0$"

açık önermesinin doğruluk kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{-3, -2, 0, 2\}$ B) $\{-2, -1, 0, 1\}$
C) $\{-3, -2, 1, 2\}$ D) $\{-2, -1, 0, 2\}$
E) $\{-3, -2, 0, 1\}$

ÖRNEK-26

Ali, p(x): "x bir gerçel sayı ve $x^2 < 9$"

Taha, q(x): "x bir gerçel sayı ve $|x - 1| \leq 3$"

açık önermelerinin doğruluk kümelerini buluyorlar. Ali'nin bulduğu küme A, Taha'nın bulduğu küme B'dir.

Yusuf da Ali ile Taha'nın bulduğu kümelerin birleşimini alıp C kümesini buluyor.

Buna göre Yusuf'un bulduğu C kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $[-4, 3)$ B) $(-3, 4]$ C) $[-3, 4]$
D) $(-3, -4)$ E) $(-4, -3)$

ÖRNEK-27

a, b ve c sıfırdan farklı birer gerçel sayı olmak üzere,

p: $a + b = 0$

q: $a + c < 0$

r: $c < 0$

önermeleri veriliyor.

$(p \wedge q) \Rightarrow r$

önermesi yanlış olduğuna göre; a, b ve c sayılarının işaretleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

A) −, +, + B) −, +, − C) −, −, +
D) +, −, + E) +, −, −

(2018-AYT)

ÖRNEK-28

İki basamaklı bir AB doğal sayısı ile ilgili

p: AB sayısı çifttir.

q: AB sayısı asaldır.

r: $A + B = 11$

önermeleri veriliyor.

$(p \Rightarrow q) \wedge (q' \wedge r)$

önermesi doğru olduğuna göre, $A \cdot B$ çarpımı kaçtır?

A) 18 B) 20 C) 24 D) 28 E) 30

(2021-AYT)

NİCELEYİCİLER

Günlük hayatta kullanılan ve önüne geldiği nesnenin (değişkenin), niceliğini ifade eden "her, bütün, bazı, en az bir" gibi sözcüklere **niceleyici** denir.

Evrensel Niceleyici ($\forall$)

Evrensel kümedeki tüm elemanları ifade eder.

"$\forall x \in E$, $p(x)$" şeklinde yazılır.

$\forall x$, $p(x)$ önermesinin doğru olabilmesi için kümenin tüm elemanları için doğru olması gerekir. Aksi taktirde önerme, yanlış bir önerme olur.

Örneğin, "Bütün haftalar 7 gündür." önermesi doğrudur ancak "Her asal sayı tek sayıdır." önermesi yanlış bir önermedir. 2 sayısı asaldır ve çifttir.

Varlıksal Niceleyici ($\exists$)

Kastedilen kümedeki elemanların bazıları veya en az biri anlamındadır. "$\exists x \in A$, $p(x)$" şeklinde yazılır.

$\exists x$, $p(x)$ önermesinin doğru olabilmesi için önermeyi doğru yapan en az bir elemanın bulunması yeterlidir. Öyle bir eleman bulunamıyorsa önerme yanlıştır.

Örneğin "Bazı aylar 30 gündür." önermesi doğru bir önermedir. "$\exists x$, $x^2 + 9 = 0$, $x \in \mathbb{R}$" önermesi yanlış bir önermedir. Hiçbir gerçel sayının karesi negatif değildir.

Niceleyici Bulunduran Önermelerin Olumsuzu

x bir değişken, $p(x)$ bir açık önerme olsun.

$$[\forall x, p(x)]' \equiv \exists x,\ p'(x) \text{ ve}$$

$$[\exists x, p(x)]' \equiv \forall x,\ p'(x) \text{ tir.}$$

Gösterim	Değili
$<$	$\geq$
$\leq$	$>$
$>$	$\leq$
$\geq$	$<$
$=$	$\neq$

ÖRNEK-29

I. "$\exists x \in \mathbb{R}$, $|x| = x$"

II. "$\exists x \in \mathbb{N}$, $x^2 + 2x = 0$"

III. "$\forall x \in \mathbb{Z}$, $3x + 1 = 7$"

Yukarıdaki önermelerden hangilerinin doğruluk değeri "1" dir?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II D) I ve III E) I, II ve III

ÖRNEK-30

I. "$\exists x \in \mathbb{N}$, $\frac{12}{x} \in \mathbb{Z}$"

II. "$\forall x \in \mathbb{R}$, $|x + 2| \leq 0$"

III. "$\exists x \in \mathbb{N}$, $x!$ tek sayıdır."

Yukarıdaki önermelerden hangilerinin doğruluk değeri "1" dir?

A) Yalnız I B) Yalnız III C) I ve II D) I ve III E) I, II ve III

ÖRNEK-31

"$\forall x \in \mathbb{R}$, $x^3 > 3$"

önermesinin değili aşağıdakilerden hangisidir?

A) "$\forall x \in \mathbb{R}$, $x^3 < 3$" B) "$\forall x \in \mathbb{R}$, $x^3 \leq 3$"

C) "$\exists x \in \mathbb{R}$, $x^3 < 3$" D) "$\exists x \in \mathbb{R}$, $x^3 > 3$"

E) "$\exists x \in \mathbb{R}$, $x^3 \leq 3$"

ÖRNEK-32

Bir ressam, yaptığı her bir tablonun sağ alt köşesine o tabloyu tamamladığı yılı yazmaktadır. 2021 yılında yaptığı üç tabloyu sergilemek isteyen bu ressamın, tablolarının sergi alanındaki duvarlara asılması ile ilgili

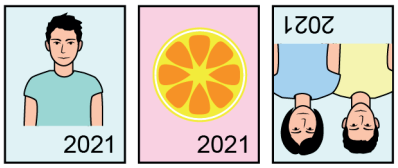
p: Duvardaki her tablo ters asılmıştır.

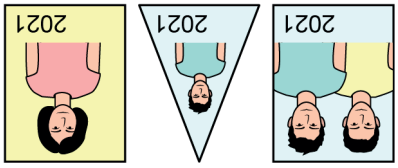
q: Her tabloda en az bir kişi vardır.

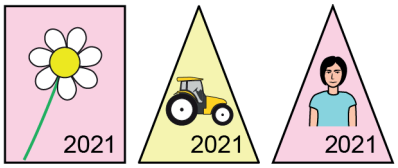
r: Her tablonun şekli dikdörtgendir.

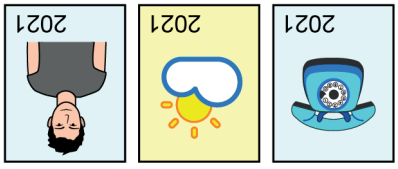
önermeleri veriliyor.

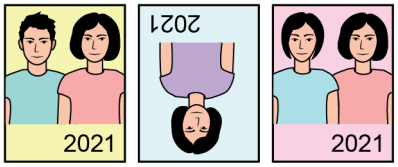
$(p \vee q)' \wedge r$ önermesinin doğru olduğu bilindiğine göre, ressamın sergi alanında bulunan bu üç tablosunun duvara asılmış hâldeki görünümleri aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) 

B) 

C) 

D) 

E) 

(2021-TYT)

ÖRNEK-33

$(\forall x,\ x-1>0) \wedge (\exists x,\ x^2>1)$

önermesinin değili aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\exists x,\ x-1>0 \ \vee\ \forall x,\ x^2>1$

B) $\exists x,\ x-1\le 0 \ \wedge\ \forall x,\ x^2\le 1$

C) $\exists x,\ x-1\le 0 \ \vee\ \forall x,\ x^2\le 1$

D) $\forall x,\ x-1\le 0 \ \vee\ \exists x,\ x^2\le 1$

E) $\forall x,\ x-1>0 \ \vee\ \exists x,\ x^2>1$

AKSİYOM VE TEOREM

Aksiyom

Doğruluğu ispatsız olarak kabul edilen önermelere aksiyom denir.

"Düzlemde farklı iki noktadan bir doğru geçer." önermesi bir aksiyomdur.

Teorem

Doğruluğunun ispatlanmasına gerek duyulan önermelere **teorem** denir.

$p \Rightarrow q$ önermesinde p doğru ise $p \Rightarrow q$ gerektirmesine teorem denir.

p önermesine teoremin **hipotezi**, q önermesine teoremin **hükmü** denir.

Teorem : "İki çift sayının çarpımı bir çift sayıdır."

Hipotez : "a ve b birer çift sayıdır."

Hüküm : "$a \cdot b$ çift sayıdır."

Yani teoremde, verilen kısma **hipotez**, ispatlanması istenen kısma **hüküm** denir. Hipotezden yola çıkarak hükme ulaşmaya da **teoremin ispatı** denir.

1. **p ve q önermeleri için,**

$(p \Rightarrow q)' \wedge q$

bileşik önermesi aşağıdakilerden hangisine denktir?

A) 0 B) 1 C) p D) q E) $p \wedge q$

2. $p \Rightarrow q \equiv 0$

olduğuna göre $(q \vee p) \Rightarrow r$ önermesi aşağıdakilerden hangisine denktir?

A) 0 B) 1 C) r D) p E) q

3. **$p \Leftrightarrow q$ önermesinin değili aşağıdakilerden hangisine daima denktir?**

A) $p \Leftrightarrow q$ B) $p' \Leftrightarrow q$ C) $p \Rightarrow q'$ D) $p' \Leftrightarrow q'$ E) $(p' \Leftrightarrow q) \wedge p$

4. $(p' \Rightarrow q') \Rightarrow q'$

önermesinin tersi aşağıdakilerden hangisine denktir?

A) $p' \Rightarrow q$ B) $q \Rightarrow p$ C) $p' \Rightarrow q'$ D) $q' \Rightarrow p$ E) 1

5. **Aşağıdakilerden hangisi bir açık önermedir?**

A) "$2 \cdot 3 < 2 + 3$'tür."

B) "$2^2 \neq 3^3$ tür."

C) "5 asal sayıdır."

D) "$2x + 2 = x - 2$'dir."

E) "$5 - 2 > 5 + 2$'dir."

6. $p(x, y)$: "x ve $y \in \mathbb{N}$, $x + y < 4$"

açık önermesinin doğruluk kümesinin eleman sayısı kaçtır?

A) 10 B) 9 C) 8 D) 7 E) 6

7. p: $\sqrt{4} + \sqrt{9} = 5$

q: $\sqrt{9} - \sqrt{4} = \sqrt{5}$

r: $\sqrt{9} \cdot \sqrt{4} = 6$

Buna göre,

I. $(p \vee q) \Leftrightarrow r'$

II. $(p \Leftrightarrow q) \wedge r$

III. $(p \veebar q) \Leftrightarrow (r \wedge p)$

ifadelerinden hangilerinin doğruluk değeri "1"dir?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III

D) I ve III E) I, II ve III

8. p: "$\exists x \in \mathbb{R}, x - 3 = 0$"

önermesinin değili aşağıdakilerden hangisidir?

A) p': "$\exists x \in \mathbb{R}, x - 3 > 0$"

B) p': "$\exists x \in \mathbb{R}, x - 3 < 0$"

C) p': "$\forall x \in \mathbb{R}, x - 3 \neq 0$"

D) p': "$\forall x \in \mathbb{R}, x - 3 < 0$"

E) p': "$\forall x \in \mathbb{R}, x - 3 > 0$"

9. $[\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 2 > 0 \Rightarrow \forall x \in \mathbb{R}, x > 0]$

önermesinin denk olduğu önerme aşağıdakilerden hangisidir?

A) "$\exists x \in \mathbb{R}, x \leq 0 \Rightarrow \forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 2 \leq 0$"

B) "$\forall x \in \mathbb{R}, x \leq 0 \Rightarrow \exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 2 \leq 0$"

C) "$\exists x \in \mathbb{R}, x > 0 \Rightarrow \forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 2 > 0$"

D) "$\forall x \in \mathbb{R}, x > 0 \Rightarrow \exists x \in \mathbb{R}, x + 2 > 0$"

E) "$\exists x \in \mathbb{R}, x < 0 \Rightarrow \forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 2 > 0$"

10. "$x^2 + y^2 = 0 \Rightarrow x = 0 \wedge y = 0$"

koşullu önermesinin karşıt tersi aşağıdakilerden hangisidir?

A) "$x^2 + y^2 \neq 0 \Rightarrow x \neq 0 \wedge y \neq 0$"

B) "$x^2 + y^2 \neq 0 \Rightarrow x = 0 \wedge y = 0$"

C) "$x = 0 \wedge y = 0 \Rightarrow x^2 + y^2 = 0$"

D) "$x \neq 0 \wedge y \neq 0 \Rightarrow x^2 + y^2 \neq 0$"

E) "$x \neq 0 \vee y \neq 0 \Rightarrow x^2 + y^2 \neq 0$"

11. "Aslan kükrer ise çakallar dağılır." önermesinin;

- karşıtı K ile,
- tersi T ile,
- karşıt tersi KT

ile gösterilmek üzere,

I. "Çakallar dağılır ise aslan kükrer."

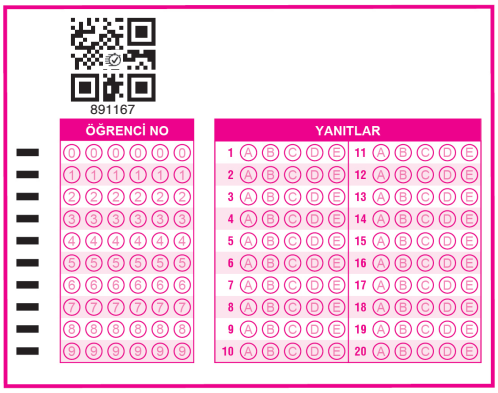
II. "Aslan kükremez ise çakallar dağılmaz."

III. "Çakallar dağılmaz ise aslan kükremez."

önermeleri veriliyor.

Buna göre aşağıdaki eşleştirmelerden hangisi doğrudur?

	K	T	KT
A)	II	I	III
B)	II	III	I
C)	III	II	I
D)	I	II	III
E)	I	III	II



1. Engin Öğretmen, öğrencileri Murat, Mert ve Fırat'ı tahtaya kaldırıp sözlü yapıyor. Murat'tan ve Mert'ten birer önerme söylemelerini istiyor.

Murat: ABC bir üçgendir.

Mert: ABC üçgeninin iç açılarının ölçüleri toplamı 180° dir.

Engin Öğretmen Fırat'a bu iki önermeyi koşullu önerme yapması hâlinde sözlü notu için bir "+" vereceğini söylüyor.

Buna göre sözlüden "+" alan Fırat'ın verdiği cevap aşağıdakilerden hangisidir?

A) ABC bir üçgen ve iç açılarının ölçüleri toplamı 180° dir.

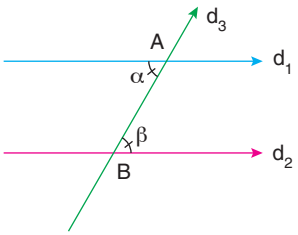
B) ABC bir üçgen ise iç açılarının ölçüleri toplamı 180° dir.

C) ABC bir üçgen veya iç açılarının ölçüleri toplamı 180° dir.

D) ABC bir üçgen ya da iç açılarının ölçüleri toplamı 180° dir.

E) ABC bir üçgen değil ve iç açılarının ölçüleri toplamı 180° değildir.

2. Birbirine paralel d_1 ve d_2 doğruları bir d_3 doğrusu ile A ve B noktalarında kesişiyor.

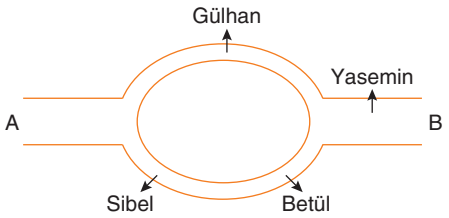


Bu kesişim sonucunda elde edilen α ve β açılarına "iç ters açılar" denir.

Buna göre "İç ters açıların ölçüleri birbirine eşittir." **önermesi için aşağıdakilerden hangisi söylenebilir?**

A) Tanım B) Aksiyom C) Teorem D) Hipotez E) Hüküm

3. Aşağıdaki şekilde A'dan gelip iki ayrı yoldan B'ye doğru giden iki otobüs öğrencileri okula götürmektedir.



Şekildeki noktalarda bulunan öğrenciler gelen otobüse binip okula gideceklerdir.

Bu öğrencilerin bindikleri otobüslerle ilgili,

I. Sibel ile Gülhan aynı otobüse binmiştir.

II. Sibel ile Betül aynı otobüse binmiştir.

III. Gülhan ve Yasemin aynı otobüse binmiştir.

IV. Sibel, Betül ve Yasemin aynı otobüse binmiştir.

V. Yasemin'in bindiği otobüste ya Betül ya da Gülhan vardır.

önermelerden hangileri <u>kesinlikle</u> doğrudur?

A) II ve V B) IV ve V C) I, II ve IV D) I, II ve V E) I, III ve V

4. Emin, matematik yazılısındaki 10 puanlık "5 tane önerme belirten cümle yazınız." sorusuna aşağıdaki cevapları yazmıştır.

- "$3 + 5 > 2 \cdot 3$'tür."
- "Yanlış bir hüküm bildiren önermenin doğruluk değeri 0'dır."
- "Bu sınavı geçmeliyim."
- "Bugün hava rüzgârlı."
- "Çemberin çevresi πr^2 dir."

Her cümlenin doğru cevabı eşit ve 2 puan değerinde olduğuna göre Emin bu sorudan kaç puan alır?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10