

LOGARITMA - I

ÜSTEL FONKSİYON

$a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$ ve $x \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+, f(x) = a^x$$

biçiminde tanımlanan fonksiyonlara **üstel fonksiyon** denir.

$f(x) = a^x$ ifadesinde a sayısına **taban** ve x sayısına **üs** denir.

$f(x) = a^x$ ifadesinde $a > 0$ olduğundan $a^x > 0$ 'dır.

Ayrıca a değerinin 1'e eşit olamayacağına dikkat edilmelidir.

ÖRNEK-1

Aşağıdaki fonksiyonların üstel fonksiyon olup olmadıklarını belirleyiniz.

a. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+, f(x) = 3^x$

b. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+, f(x) = 2^{-4x}$

c. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+, f(x) = (-3)^x$

c. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+, f(x) = 10^{\frac{x}{3}}$

d. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+, f(x) = 1^x$

e. $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}^+, f(x) = 2^x$

ÖRNEK-2

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$ olmak üzere,

$$f(x) = (a^2 - 8)^x$$

fonksiyonu üstel bir fonksiyon olduğuna göre a 'nın alabileceği en geniş değer aralığını bulunuz.

 ÖRNEK-3

f: $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$ olmak üzere,

$$f(x) = 2 \cdot 3^{x+1}$$

olduğuna göre $f(0) + f(1)$ toplamının değerini bulunuz.

A blank grid paper template consisting of 8 columns and 6 rows of squares. The grid is used for drawing or writing answers.

 ÖRNEK-4

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$ olmak üzere,

$$f(x) = m \cdot a^x$$

fonksiyonu üstel fonksiyondur.

$$f(2) = \frac{3}{4}$$

$$f^{-1}\left(\frac{3}{16}\right) = 4$$

olduğuna göre $f(1)$ değerini bulunuz.

[illegible]

 ÖRNEK-5

f: $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = 2^{x+1} - 1$$

olduğuna göre $f(x)$ fonksiyonunun görüntü kümesini bulunuz.

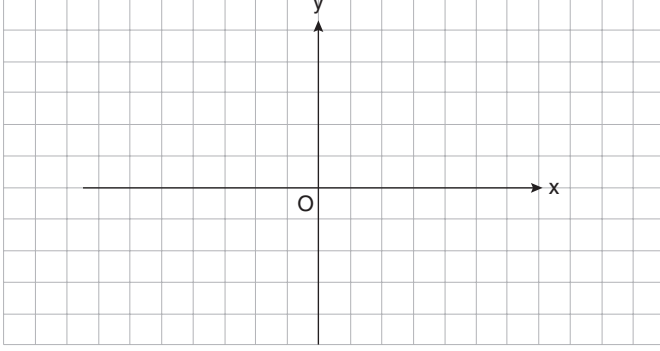
[illegible]



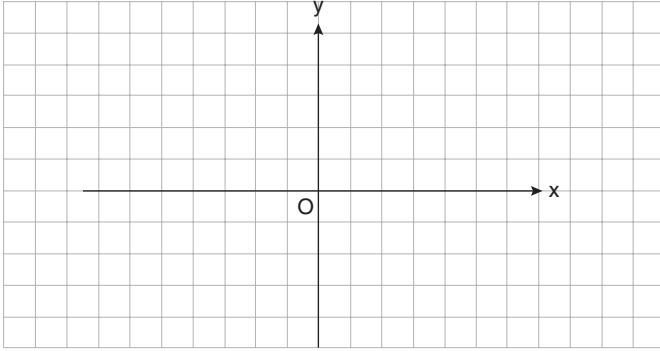
ÖRNEK-6

Aşağıda verilen fonksiyonların grafiklerini çizip bire bir ve örten olma durumlarını inceleyiniz.

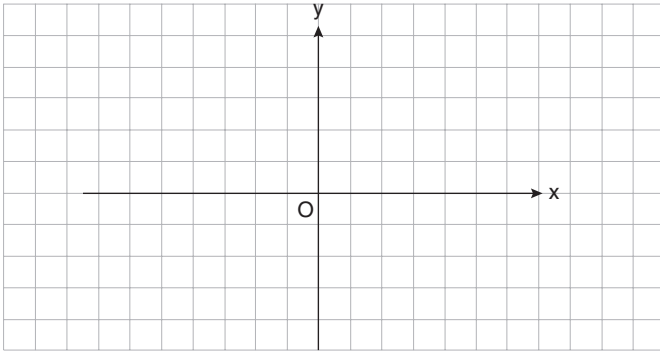
a. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+, f(x) = 3^x$



b. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+, f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$



c. $f: \mathbb{R} \rightarrow (-1, \infty), f(x) = 3^x - 1$

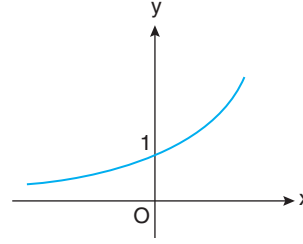


DİFnot

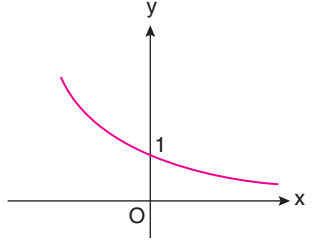
$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+, f(x) = a^x$ üstel fonksiyonu,

1. Tanımlı olduğu aralıkta bire bir ve örten.
2. $a > 1$ için artandır.
3. $0 < a < 1$ için azalandır.

$f(x) = a^x$ fonksiyonunun grafiği,
 $a > 1$ ise aşağıdaki gibidir.



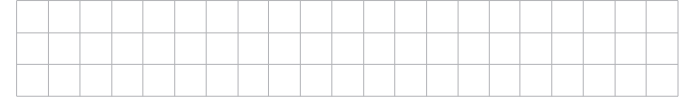
$0 < a < 1$ ise aşağıdaki gibidir.



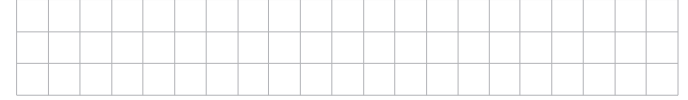
ÖRNEK-7

Aşağıdaki üstel fonksiyonların artan ya da azalan olduklarını belirleyiniz.

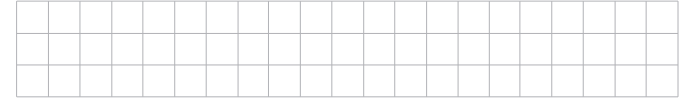
a. $f(x) = 2^{x-1}$



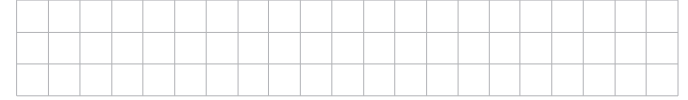
b. $g(x) = 3^{1-3x}$



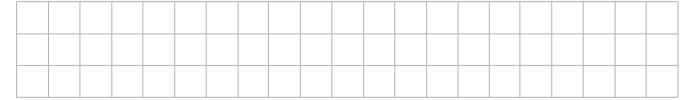
c. $h(x) = \frac{1}{2} \cdot 3^x$



ç. $k(x) = (\pi)^{-x} + 1$



d. $m(x) = (0, \overline{2})^{x-1}$

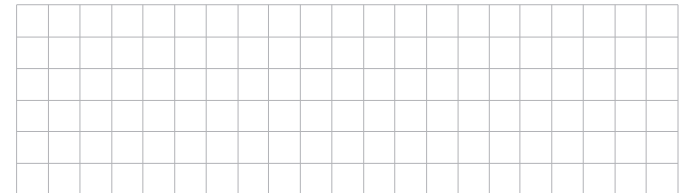


ÖRNEK-8

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$ olmak üzere,

$$f(x) = (a^2 - 2a - 2)^x$$

üstel fonksiyonu artan olduğuna göre a 'nın alabileceği en geniş değer aralığını bulunuz.



LOGARİTMA FONKSİYONU

$a > 0$ ve $a \neq 1$ olmak üzere,

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+, f(x) = a^x$$

üstel fonksiyonunun ters fonksiyonuna **logaritma fonksiyonu** denir ve $f^{-1}(x) = \log_a x$ şeklinde gösterilir.

$a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$ olmak üzere,

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+, f(x) = a^x \iff f^{-1}: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}, f^{-1}(x) = \log_a x \text{ tir.}$$

Buna göre,

$$y = a^x \iff x = \log_a y \text{ olur.}$$

$y = \log_a x$ ifadesinde a 'ya **logaritma fonksiyonunun tabanı**, y 'ye x 'in **a tabanındaki logaritması** denir.

$y = \log_a x$ ifadesi, “y eşittir logaritma a tabanında x” biçiminde okunur.



ÖRNEK-9

Aşağıda verilen denklemlerde x değerlerini bulunuz.

a. $3^x = 7$

[illegible]

b. $2^{-x} = 3$

[illegible]

c. $3^{x+1} = 8$

[illegible]

c. $2^{1-x} = 11$

[illegible]

d. $3^{2x+1} = 18$

[illegible]

ÖRNEK-10

Aşağıda verilen denklemlerde x değerlerini bulunuz.

a. $\log_2 x = 3$

[illegible]

b. $\log_3(x + 1) = -1$

c. $\log_x 16 = 2$

c. $\log_{\frac{1}{2}} 8 = x$

[illegible]

d. $\log_x(0,125) = -6$

[illegible]

e. $\log_{10} 1 = x$

f. $\log_{27} x = \frac{1}{9}$

[illegible]

g. $\log_{\frac{1}{64}} 4 = x$

[illegible]



ÖRNEK-11

Gerçel sayılar kümesinde tanımlı aşağıda verilen üstel fonksiyonların ters fonksiyonlarını bulunuz.

a. $f(x) = 3^x$

b. $f(x) = 2^{x-1}$

A blank grid of 20 columns and 10 rows for drawing.

c. $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{x+1}$

3. $f(x) = 2\left(\frac{1}{2}\right)^{2x-1}$

[illegible]

ÖRNEK-12

Aşağıda verilen uygun koşullarda tanımlı bire bir ve örten logaritma fonksiyonlarının ters fonksiyonlarını bulunuz.

a. $f(x) = \log_3(x + 1)$

[illegible]

b. $f(x) = \log_2(2x - 1)$

c. $f(x) = 1 + 3\log_3(x - 1)$



ÖRNEK-13

f: $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$ olmak üzere,

$$f(x) = 3 \cdot 2^{x-1}$$

olduğuna göre $f^{-1}(12)$ değerini bulunuz.

[illegible]

ÖRNEK-14

$f: (2, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = 3\log_2(x - 2) + 1$$

olduğuna göre $f^{-1}(4)$ değerini bulunuz.

[illegible]

1. I. $f(x) = 5^{2x}$
 II. $g(x) = (-2)^x$
 III. $h(x) = 2^{-3x}$
Yukarıdaki fonksiyonlardan hangileri üstel fonksiyondur?
 A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve III
 D) II ve III E) I, II ve III

2. I. $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{-x+1}$
 II. $g(x) = (\sqrt{3})^{x+2}$
 III. $h(x) = 12^{1-3x}$
Yukarıdaki üstel fonksiyonlardan hangileri artandır?
 A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
 D) I ve II E) II ve III

3. Bir bakteri kolonisinde; t, saati göstermek üzere başlangıçtan t saat sonra ortamdaki bakteri sayısı $a \in \mathbb{R}$ olmak üzere,
 $f(t) = a \cdot 2^{t+1}$
 üstel fonksiyonuyla modelleniyor.
Başlangıçta bu kolonide 16 bakteri olduğuna göre kaçınıcı saatte kolonideki bakteri sayısı 1024 olur?
 A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

4. Uygun şartlarda tanımlı bire bir ve örten,
 $f(x) = \log_3(x+1)$
fonksiyonunun tersi aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $f^{-1}(x) = 3^x$ B) $f^{-1}(x) = 3^x - 1$
 C) $f^{-1}(x) = 3^x + 1$ D) $f^{-1}(x) = 1 - 3^x$
 E) $f^{-1}(x) = -3^x - 1$

5. A sayısının 2 tabanına göre logaritması 4 olduğuna göre 4 tabanına göre logaritması kaçtır?
 A) 2 B) 1 C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

6. $5^x = 2$
denklemini sağlayan x değeri aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $\log_5 2$ B) $\log_2 5$ C) $\log_{10} 2$
 D) $\log_{10} 5$ E) $\log_5 10$

7. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$ olmak üzere,

$$f(x) = 2 \cdot 3^{x+1}$$

fonksiyonu ile ilgili,

- I. Bire birdir.
- II. Örtendir.
- III. Artandır.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız III
- B) I ve II
- C) I ve III
- D) II ve III
- E) I, II ve III

8. Uygun koşullarda tanımlı bire bir ve örten,

$$f(x) = 10^{x+1} - 2$$

fonksiyonunun tersi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $f^{-1}(x) = 1 + \log_{10}(x + 2)$
- B) $f^{-1}(x) = -1 + \log_{10}(x + 2)$
- C) $f^{-1}(x) = 1 - \log_{10}(x + 2)$
- D) $f^{-1}(x) = 1 + \log_2(x + 2)$
- E) $f^{-1}(x) = 1 - \log_2(x + 2)$

9. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$ olmak üzere,

$$f(x) = \left(\frac{a+2}{2a-1}\right)^x$$

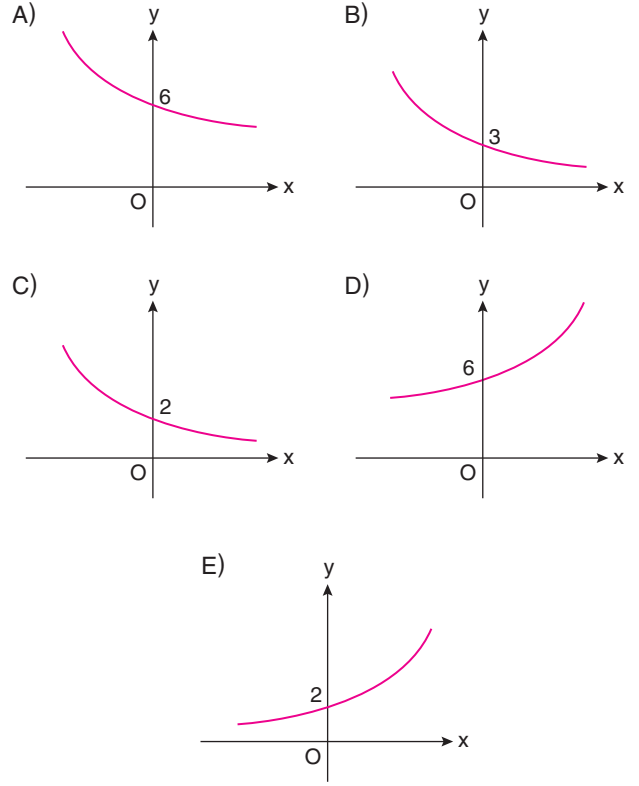
üstel fonksiyonu azalan olduğuna göre a 'nın en geniş değer aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\infty, -2)$
- B) $(-2, 1)$
- C) $(1, 3)$
- D) $(3, \infty)$
- E) $\mathbb{R} - [-2, 3]$

10. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$ olmak üzere,

$$f(x) = 2 \cdot 3^{1-x}$$

fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?



11. Uygun koşullarda tanımlı bire bir ve örten,

$$f(x) = 1 - \log_2(2x - 3)$$

olduğuna göre $f^{-1}(-2)$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{5}{2}$
- B) $\frac{7}{5}$
- C) $\frac{9}{2}$
- D) $\frac{11}{2}$
- E) $\frac{13}{2}$



1057067

ÖĞRENCİ NO	YANITLAR
1 0 0 0 0 0 0	1 A B C D E 11 A B C D E
2 1 1 1 1 1 1	2 A B C D E 12 A B C D E
3 2 2 2 2 2 2	3 A B C D E 13 A B C D E
4 3 3 3 3 3 3	4 A B C D E 14 A B C D E
5 4 4 4 4 4 4	5 A B C D E 15 A B C D E
6 5 5 5 5 5 5	6 A B C D E 16 A B C D E
7 6 6 6 6 6 6	7 A B C D E 17 A B C D E
8 7 7 7 7 7 7	8 A B C D E 18 A B C D E
9 8 8 8 8 8 8	9 A B C D E 19 A B C D E
10 9 9 9 9 9 9	10 A B C D E 20 A B C D E



ÖRNEK-25

n bir tam sayı ve $1 < n < 100$ olmak üzere,

$$\log_2(\log_3 n)$$

ifadesinin değeri bir pozitif tam sayıya eşittir.

Buna göre, n sayısının alabileceği değerler toplamı kaçtır?

- A) 36 B) 45 C) 63 D) 72 E) 90
(2020-AYT)

[illegible]

ÖRNEK-26

x sayısı, 1'den büyük bir tam sayı olmak üzere,

- $\frac{64}{x}$ oranının bir tam sayı olduğu,
- $\frac{\ln 64}{\ln x}$ oranının bir tam sayı olmadığı

veriliyor.

Buna göre, x 'in alabileceği değerler toplamı kaçtır?

- A) 40 B) 42 C) 48 D) 54 E) 56
(2019-AYT)



ÖRNEK-27

$\log_4 x$ ve $\log_8 \frac{1}{x}$ sayılarının aritmetik ortalaması $\frac{1}{2}$ 'dir.

Buna göre, $\log_{16} x$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{5}{2}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{5}{4}$
- (2018-AYT)

[illegible]

ÖRNEK-28

$$\frac{\log_3 \sqrt{27} + \log_{27} \sqrt{3}}{\log_3 \sqrt{27} - \log_{27} \sqrt{3}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{5}{4}$ D) $\frac{6}{5}$ E) $\frac{7}{6}$
- (2017-LYS)

[illegible]

ÖRNEK-29

$$\log_3 \left(27 \sqrt{3 \sqrt[3]{9}} \right)$$

ifadesinin eşitini bulunuz.

[illegible]

ÖRNEK-30

Ses şiddeti, bir ses kaynağının sesin yayılma doğrultusunda 1 metrekare yüzeyde 1 saniyede yaydığı enerjidir.

Ses şiddeti: I (watt/m²)

Ses gücü: L (desibel-db)

olmak üzere ses gücü ile ses şiddeti arasında,

$$L = 10 \cdot \log(I \cdot 10^{12})$$

bağıntısı vardır.

Buna göre ses şiddeti 100 watt/m^2 olan bir sesin, ses gücünün kaç desibel olduğunu bulunuz.

[illegible]



ÖRNEK-35

$$\log_3 a = x$$

$$\log_3 b = y$$

$$\log_3 c = z$$

olduğuna göre $\log_3 \left(\frac{a^3 \cdot b^2}{\sqrt{c}} \right)$ ifadesinin x, y ve z türünden eşitini bulunuz.

A large grid of graph paper with 20 columns and 10 rows. The grid is composed of small squares, with a slightly larger margin on the left side for writing.

ÖRNEK-36

$$\log_2 = x$$

$$\log 3 = y$$

olduğuna göre $\log 48$ sayısının x ve y türünden eşitini bulunuz.



ÖRNEK-37

$$\log_6 2 = x$$

olduğuna göre $\log_6 3$ sayısının x türünden eşitini bulunuz.

A full page of blank graph paper with a uniform grid of small squares. The grid consists of 20 columns and 15 rows, providing a large area for drawing or writing.

ÖRNEK-38

$$\log_4 64! = x$$

olduğuna göre $\log_4 63!$ sayısının x türünden eşitini bulunuz.

[illegible]

ÖRNEK-39

$$\log_2\left(\frac{3}{2}\right) + \log_2\left(\frac{4}{3}\right) + \log_2\left(\frac{5}{4}\right) + \dots + \log_2\left(\frac{16}{15}\right)$$

toplamının değeri bulunuz.

A large grid of 20 columns and 10 rows, intended for drawing. The grid is composed of thin black lines forming a series of small squares.

ÖRNEK-40

$$\log_3(2x + y) - 1 = \log_3(x - y)$$

denklemine göre x 'in y türünden eşitini bulunuz.

ÖRNEK-41

$$\log x = 0,36$$

$\log y = 0,4$

$\log z = 0,24$

olduğuna göre $x \cdot y \cdot z$ çarpımını bulunuz.

ÖRNEK-42

$$\log(\cot 1^\circ) + \log(\cot 2^\circ) + \dots + \log(\cot 89^\circ)$$

toplamının değerini bulunuz.

ÖRNEK-43

$$\frac{\log^2 12 - \log^2 2}{3\log 2 - \log \frac{1}{3}}$$

ifadesinin eşitini bulunuz.

ÖRNEK-44

$$\ln(x \cdot y) = 4$$

$$\ln\left(\frac{x}{y}\right) = 2$$

olduğuna göre $x + y$ toplamını bulunuz.

[illegible]

ÖRNEK-45

$$\log 3 \cong 0,477$$

olduğuna göre $\log(0,09)$ sayısının yaklaşık değerini bulunuz.

A blank grid of 20 columns and 10 rows for drawing.

ÖRNEK-46

$$\log_2(4x^2 - y^2) = 6$$

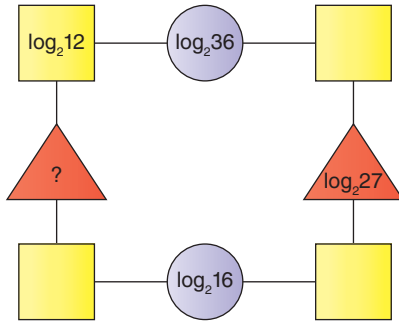
$$\log_2(2x - y) = 2$$

olduğuna göre x değerini bulunuz.



ÖRNEK-47

Kare, üçgen ve daire şeklindeki plakalarla aşağıdaki gibi bir düzenek kurulmuştur.



Bu düzenekte yazan sayılara ilişkin aşağıdakiler bilinmektedir.

- Dairelerin içerisindeki sayılar, kendilerine komşu olan karelerde yazan sayıların toplamına eşittir.
- Üçgenlerin içerisindeki sayılar, kendilerine komşu olan karelerde yazılan sayıların çarpımına eşittir.

Buna göre “?” ile gösterilen üçgenin içerisine yazılacak sayıyı bulunuz.

[illegible]

ÖRNEK-48

Melike aşağıda verilen çubukları uç uca ekleyerek oyun oynamaktadır.



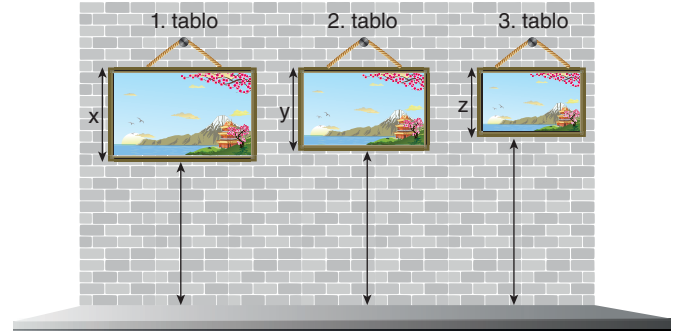
Melike sadece siyah ve kırmızı çubuk kullanarak yukarıda verilen şekle eşit uzunlukta bir şekil elde edecektir.

Buna göre Melike'nin kaç adet kırmızı ve kaç adet siyah çubuk kullanması gerektiğini bulunuz.

[illegible]

ÖRNEK-49

Aşağıda aynı yükseklikten duvara asılı üç tablo verilmiştir.



n tablonun numarası olmak üzere tabloların her birinin alt kenarları yerden $\log_2(n + 7)$ birim yüksekliktedir.

1. tablonun boyu x birimdir.
2. tablonun boyu y birimdir.
3. tablonun boyu z birimdir.

Buna göre $x + z - 2y$ değerinin kaç birim olduğunu bulunuz.

[illegible]

ÖRNEK-50

Aşağıda verilen kartların her birinin üzerine $\log_2 4$, $\log_3 \left(\frac{1}{27} \right)$,

$\log_{\sqrt[3]{3}} 3, \log_5 \left(\frac{1}{25} \right), 2^{\log_3 9}, \log_2 (\log_6 36), \ln e^4, \log_{\sqrt[4]{2}} 16$ sayılarından biri eşitlikler sağlanacak şekilde yazılacaktır.

 +  = X

 ·  = -9

$$\text{Red square} - \text{Yellow square} = 6$$

 :  = 8

Buna göre x değerini bulunuz.

[illegible]

ÖRNEK-51

Bir hesap makinesinde işlem yapıldığında makine; işlemin sonucu tam sayı ise o sayıyı, ondalıklı sayı ise bu sayının tam kısmı ile birlikte virgülden sonraki ilk iki basamağını görüntülemektedir.

Nevzat, bu hesap makinesine $\ln(9,6)$ işlemini yaptırdığında ekranda 2,26 değerini, $\ln(0,3)$ işlemini yaptırdığında ekranda -1,20 değerini görüyor.

Nevzat, bu hesap makinesine $\ln(0,5)$ işlemini yaptırdığında ekranda hangi değeri görür?

- A) -0,61 B) -0,65 C) -0,69 D) -0,73 E) -0,77

(2021-AYT)

[illegible]

ÖRNEK-52

Ada, kullandığı bilimsel bir hesap makinesinde $n \leq 32$ olmak üzere, her n pozitif tam sayısı için $\log_2 n$ değerini hesaplıyor ve her bir değerin ya tam sayı ya da ondalıklı sayı olduğunu görüyor.

Ada; ekranda görünen değer tam sayı ise o sayıyı, ondalıklı sayı ise o sayının tam kısmını bir kâğıda yazdıktan sonra yazdığı bu sayıların toplamını buluyor.

Buna göre, Ada'nın bulduğu toplamın sonucu kaçtır?

- A) 94 B) 97 C) 100 D) 103 E) 106

(2019-AYT)

ÖRNEK-53

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$$

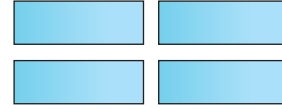
$$\log \sin 2\alpha = y$$

$$\log \sin \alpha = x$$

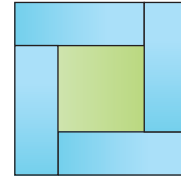
olduğuna göre $\log \cos \alpha$ ifadesinin değerini x ve y türünden bulunuz.

ÖRNEK-54

Aşağıda verilen dört eş dikdörtgen parçasının her birinin çevresi $\log_3 256$ birim ve her birinin uzun kenarı kısa kenarının 3 katıdır.



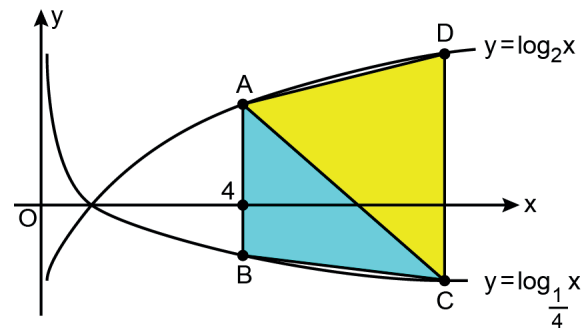
Bu dikdörtgenler aşağıdaki gibi birleştiriliyor.



Buna göre yeşil bölgenin alanının kaç birimkare olduğunu bulunuz.

ÖRNEK-55

Dik koordinat düzleminde, $f(x) = \log_2 x$ ve $g(x) = \log_{\frac{1}{4}} x$ fonksi-



Buna göre, ACD üçgeninin alanı kaç birimkaredir?

- A) 12 B) 11 C) 10 D) 9 E) 8

(2023-AYT)