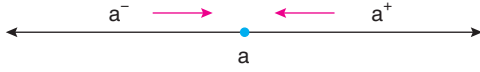


LİMİT VE SÜREKLİLİK

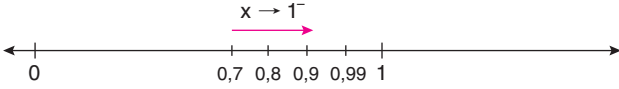
LİMİT



Bir x değişkeni, a gerçel sayısına a 'dan büyük değerler ile azalarak yaklaşıyorsa bu yaklaşım durumuna x 'in a 'ya **sağdan yaklaşımı** denir ve $x \rightarrow a^+$ şeklinde gösterilir.



Bir x değişkeni, a gerçel sayısına a 'dan küçük değerler ile artarak yaklaşıyorsa bu yaklaşım durumuna x 'in a 'ya **soldan yaklaşımı** denir ve $x \rightarrow a^-$ şeklinde gösterilir.



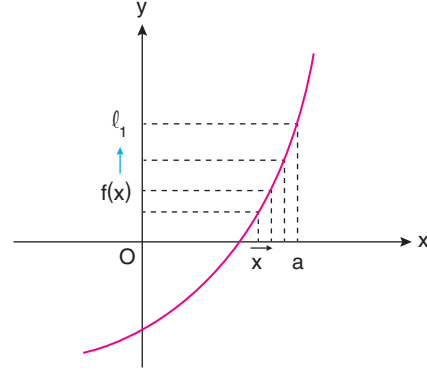
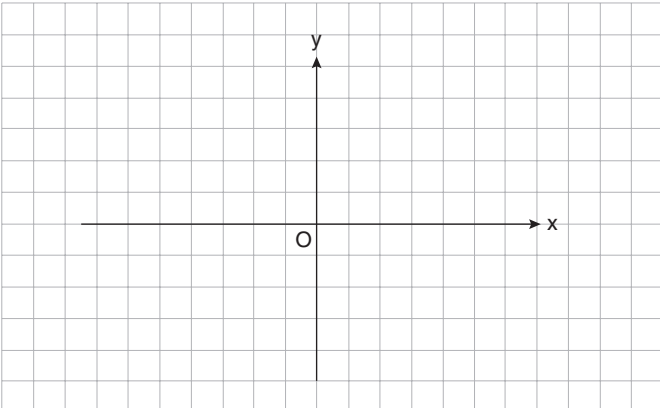
ÖRNEK-1

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = x + 2$$

fonksiyonu için aşağıdaki tabloyu doldurup bu değerleri grafik üzerinde gösteriniz.

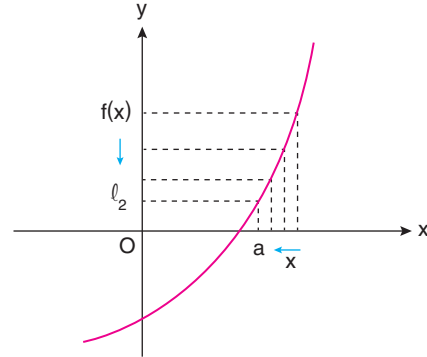
x	0,8	0,9	0,99	1	1,01	1,1	1,2
$f(x)$							



Bir x değişkeni, a sayısına soldan yaklaştığında $f(x)$ değerleri de l_1 sayısına yaklaşıyorsa l_1 sayısına f fonksiyonunun $x = a$ apsisi noktasındaki **soldan limiti** denir ve

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = l_1$$

şeklinde gösterilir.



Bir x değişkeni, a sayısına sağdan yaklaştığında $f(x)$ değerleri de l_2 sayısına yaklaşıyorsa l_2 sayısına f fonksiyonunun $x = a$ apsisi noktasındaki **sağdan limiti** denir ve

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = l_2$$

şeklinde gösterilir.

f fonksiyonunun $x = a$ apsisi noktasındaki sağdan ve soldan limitleri bir l sayısına eşit ise f fonksiyonu $x = a$ apsisi noktasında **limitlidir** denir ve

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = l$$

şeklinde gösterilir.

f fonksiyonunun $x = a$ apsisi noktasındaki sağdan ve soldan limitleri farklı ise fonksiyonun $x = a$ apsisi noktasında **limiti yoktur**.



ÖRNEK-7

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^2 - 2x - 3}{x + 1} \right)$$

limitinin değerini bulunuz.



ÖRNEK-8

$$\lim_{x \rightarrow e} (x + \ln x)$$

limitinin değerini bulunuz.

A blank sheet of graph paper with a grid pattern. The grid consists of 20 columns and 15 rows of small squares. The lines are thin and gray, set against a white background. There are no margins or additional markings on the page.

ÖRNEK-9

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - 3x^2 + 4x - 2}{x - 1}$$

limitinin değerini bulunuz.

A full page of blank graph paper with a uniform grid of small squares. The grid consists of 20 columns and 15 rows, providing a total of 300 squares for drawing or calculation.

Limitin Özellikleri

1. Sabit fonksiyonların limiti kendisine eşittir.

$c \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$\lim_{x \rightarrow a} c = c$$

olur.



ÖRNEK-10

$$\lim_{x \rightarrow -2} k + \lim_{x \rightarrow 3} 1 = 3k - 1$$

olduğuna göre k değerini bulunuz.

[illegible]

ÖRNEK-11

$$\lim_{x \rightarrow 3} 1 + \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1}{3}$$

limitinin değerini bulunuz.

[illegible]

2. Polinom fonksiyonların bir noktadaki limitleri, fonksiyonun o noktadaki değerine eşittir.



ÖRNEK-12

$$\lim_{x \rightarrow -3} (x^2 + 3x - 4)$$

limitinin değerini bulunuz.

[illegible]



ÖRNEK-19

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\cos\left(\frac{\pi}{x}\right)}{x+1}$$

limitinin değerini bulunuz.

[illegible]

ÖRNEK-20

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} (\arcsin x)$$

limitinin değerini bulunuz.



ÖRNEK-21

Gerçek sayılar kümesi üzerinde tanımlı bir f fonksiyonu için,

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -2$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -1$$

olduğuna göre,

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{f(x-2) + f(4-x)}{f(x^2-8)}$$

limitinin değerini bulunuz.



ÖRNEK-22

$$\lim_{x \rightarrow 2022} \frac{x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x + 1}{x^3 - 3x^2 + 3x - 1}$$

limitinin değerini bulunuz.

[illegible]

ÖRNEK-23

$$\lim_{x \rightarrow a} (x^2 + ax + a) = 1$$

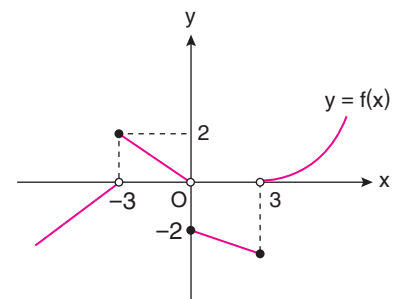
$$\lim_{x \rightarrow b} (2x^2 - x) = 3$$

olduğuna göre $a + b$ toplamının en küçük değerini bulunuz.

[illegible]

ÖRNEK-24

Aşağıda f fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



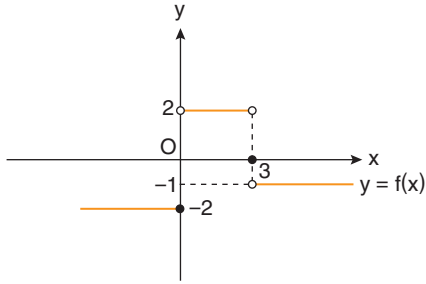
Buna göre $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = 0$ koşulunu sağlayan a değerini bulunuz.

[illegible]



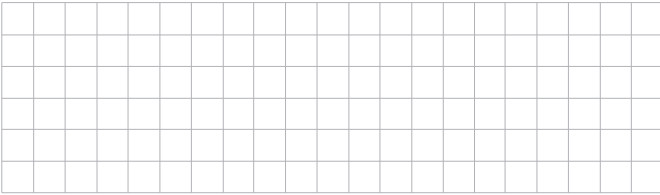
ÖRNEK-25

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonunun grafiği aşağıda verilmiştir.



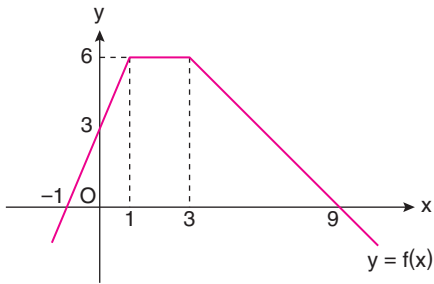
$$g(x_0) = f(x_0) + \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x)$$

olduğuna göre $(g \circ f)(3)$ değerini bulunuz.



ÖRNEK-26

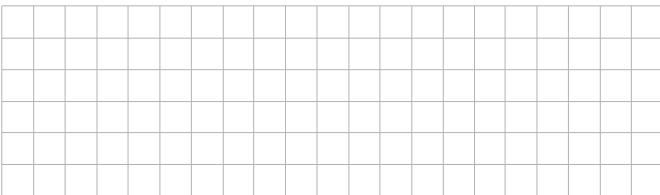
Aşağıda f fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre,

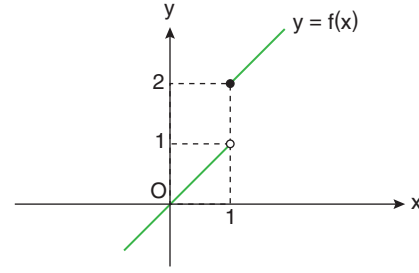
$$\lim_{x \rightarrow -2} f(x) + \lim_{x \rightarrow 4} f(x)$$

toplamını bulunuz.



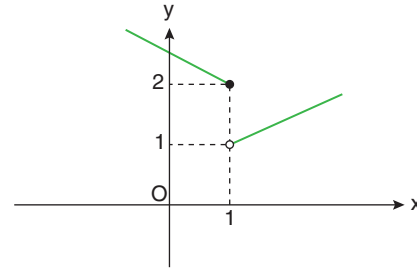
ÖRNEK-27

Aşağıda f fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

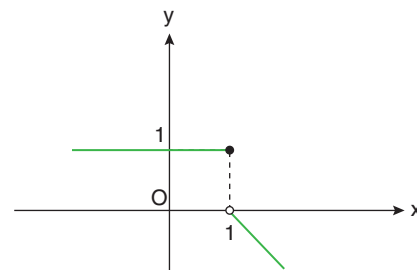


$f + g$ fonksiyonu $x = 1$ 'de limitli olduğuna göre,

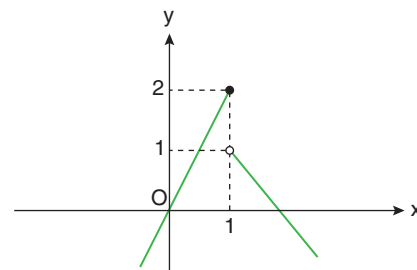
I.



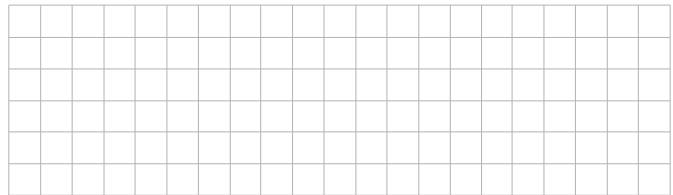
II.



III.



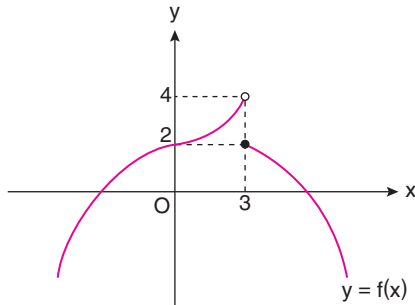
g fonksiyonunun grafiğinin hangileri olabileceğini bulunuz.





ÖRNEK-28

Aşağıda f fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre,

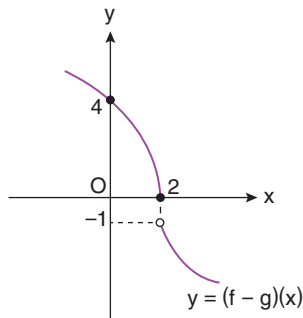
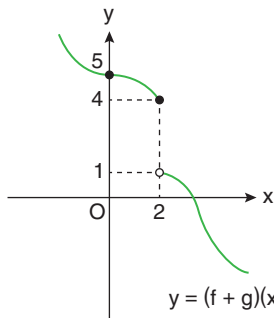
- I. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{f(x)}$ vardır.
- II. $\lim_{x \rightarrow 3} (|f(x)| - f(x))$ vardır.
- III. $\lim_{x \rightarrow 3} (x + 1) \cdot f(x)$ vardır.

ifadelerinden hangilerinin doğru olduğunu bulunuz.



ÖRNEK-29

Aşağıda $(f + g)$ ve $(f - g)$ fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.



Buna göre,

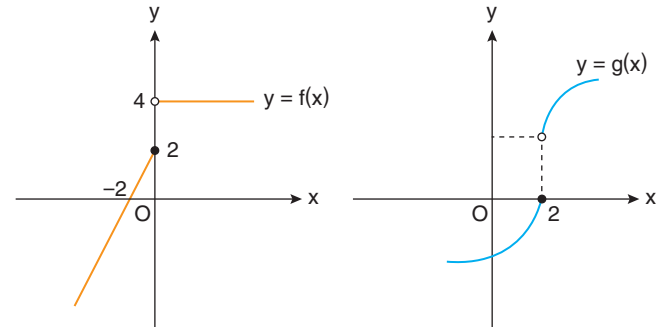
- I. $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 0$
- II. $\lim_{x \rightarrow 2^-} g(x) = 2$
- III. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} g(x)$

ifadelerinden hangilerinin doğru olduğunu bulunuz.

[illegible]

ÖRNEK-30

Aşağıda f ve g fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.



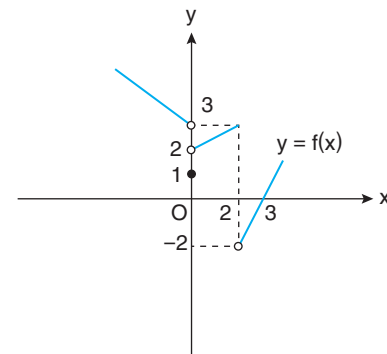
$$\lim_{x \rightarrow 0^-} (g \circ f)(x) + \lim_{x \rightarrow 2^-} (f \circ g)(x)$$

ifadesinin değerini bulunuz.

[illegible]

ÖRNEK-31

Aşağıda f fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



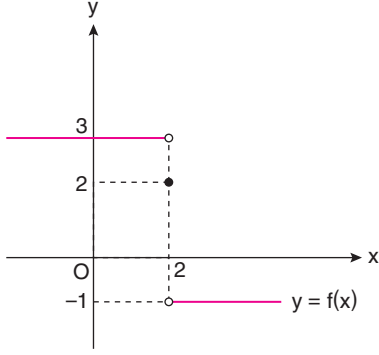
Buna göre,

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} (f \circ f \circ f)(x) + \lim_{x \rightarrow 0^-} (f \circ f)(x)$$

toplamını bulunuz.

[illegible]

1. Aşağıda f fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre,

- I. $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 3$
 II. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 3$
 III. $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2)$

İfadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
 D) I ve III E) II ve III

2. $f \cdot g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = x^2 + x + 1$$

$$g(x) = x^3 + 1$$

olduğuna göre, $\lim_{x \rightarrow 1} [f(x) \cdot g(x)]$ limitinin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 8

3. Gerçek sayılar kümesinde f ve g fonksiyonları $x = 2$ apsisi noktada limitli değildir.

Buna göre;

- I. $f(x) + g(x)$,
 II. $f(x) \cdot g(x)$,
 III. $-f(x) + 1$

fonksiyonlarından hangileri $x = 2$ apsisi noktada limitli olabilir?

- A) Yalnız I B) I ve II C) I ve III
 D) II ve III E) I, II ve III

- 4.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left[\frac{f(x)}{g(x)} \right] = 3$$

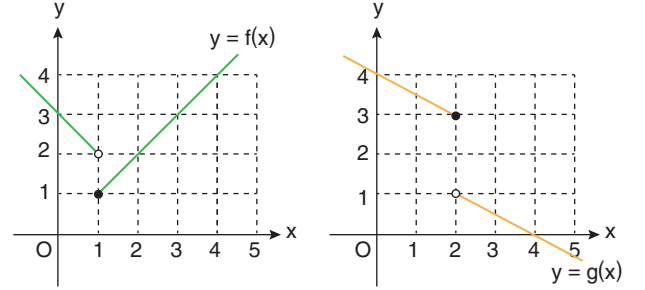
olduğuna göre,

- I. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 3 \lim_{x \rightarrow 1} g(x)$
 II. $f(1) = 3g(1)$
 III. $\lim_{x \rightarrow 1} \left[\frac{f(x) - g(x)}{g(x)} \right] = 2$

İfadelerinden hangileri her zaman doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
 D) I ve III E) I, II ve III

5. Aşağıda f ve g fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.



Buna göre,

- I. $\lim_{x \rightarrow 1^-} (g \circ f)(x) = 1$
 II. $\lim_{x \rightarrow 2^-} (f \circ g)(x) = 3$
 III. $\lim_{x \rightarrow 2^+} (f \circ g)(x) = 2$

İfadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) I ve II C) I ve III
 D) II ve III E) I, II ve III



1057365

ÖĞRENCİ NO	YANITLAR
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	1 A B C D E 11 A B C D E
1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	2 A B C D E 12 A B C D E
2 2 2 2 2 2 2 2 2 2	3 A B C D E 13 A B C D E
3 3 3 3 3 3 3 3 3 3	4 A B C D E 14 A B C D E
4 4 4 4 4 4 4 4 4 4	5 A B C D E 15 A B C D E
5 5 5 5 5 5 5 5 5 5	6 A B C D E 16 A B C D E
6 6 6 6 6 6 6 6 6 6	7 A B C D E 17 A B C D E
7 7 7 7 7 7 7 7 7 7	8 A B C D E 18 A B C D E
8 8 8 8 8 8 8 8 8 8	9 A B C D E 19 A B C D E
9 9 9 9 9 9 9 9 9 9	10 A B C D E 20 A B C D E



ÖRNEK-52

1'den büyük gerçel sayılar kümesi üzerinde bir f fonksiyonu

$$f(x) = 3\ln(x^2 - 1) + 2\ln(x^3 - 1) - 5\ln(x - 1)$$

biçiminde tanımlanıyor.

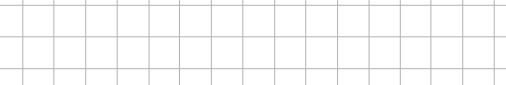
Buna göre,

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} e^{f(x)}$$

limitinin değeri kaçtır?

- A) 30 B) 36 C) 60 D) 64 E) 72

(2021-AYT)



ÖRNEK-53

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(1 - \sqrt{x}) \cdot (\sqrt[3]{x} - 2)}{-x^2 + 9x - 8}$$

limitinin değeri kaçtır?

- A) 1 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{7}$ D) $\frac{1}{14}$ E) $\frac{1}{18}$

(2024-AYT)



ÖRNEK-54

L bir gerçel sayı olmak üzere, gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı f ve g fonksiyonları için

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} g(x) = L$$

eşitliği sağlanıyor.

Buna göre,

1. $f(2) = g(2)$

$$\text{II. } \lim_{x \rightarrow 2} (f(x) - g(x)) = 0$$

$$\text{III. } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{g(x)} = 1$$

ifadelerinden hangileri her zaman doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve III
D) II ve III E) I, II ve III

(2018-AYT)

[illegible]

ÖRNEK-55

Gerçel sayılar kümesinde tanımlı f fonksiyonu her x için

$$1 \leq f(x) \leq 2$$

eşitsizliklerini sağlıyor.

Buna göre,

I. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{f(x)}$ vardır.

II. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x}$ vardır.

III. $\lim_{x \rightarrow 1} (|f(x)| - f(x))$ vardır.

ifadelerinden hangileri her zaman doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve II E) II ve III

(2017-LYS)

[illegible]

ÖRNEK-56

a, b ve c gerçel sayılar olmak üzere, gerçel sayılar kümesinin birer alt kümesi üzerinde

$$f(x) = \frac{x^2 - 7x + 10}{x - a}$$

$$g(x) = 3^x$$

fonksiyonları tanımlanıyor

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow b} g(x) = c$$

olduğuna göre, $a + b + c$ toplamı kaçtır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

(2022-AYT)

ÖRNEK-57

a ve b gerçel sayılar olmak üzere,

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+a}-2}{x^2-1} = b$$

olduğuna göre $a \cdot b$ çarpımını bulunuz.

ÖRNEK-58

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sec x - \cos x}{\cos^4 x + \cos^2 x - 2}$$

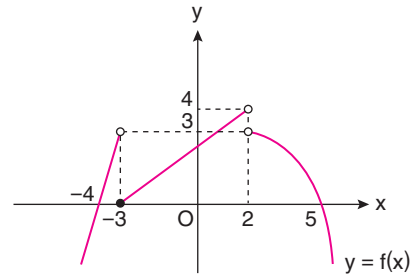
limitinin değeri kaçtır?

- A) $-\frac{1}{4}$ B) $-\frac{1}{3}$ C) $-\frac{1}{2}$ D) $-\frac{2}{3}$ E) -1

[illegible]

ÖRNEK-59

Aşağıda f fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre,

- I. $\lim_{x \rightarrow -3^+} f(x) = 3$

- $$\text{II. } \lim_{x \rightarrow -4} \left(\frac{f(x)}{x+4} \right) = 3$$

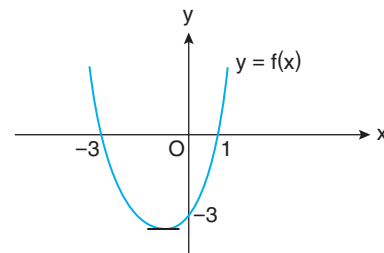
- $$\text{III. } \lim_{x \rightarrow 5^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -4^-} f(x)$$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız III B) I ve II C) I ve III
D) II ve III E) I, II ve III

ÖRNEK-60

Aşağıda ikinci dereceden f fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre,

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{f(x)}{x^2 + 4x + 3}$$

limitinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{2}{3}$ B) 1 C) $\frac{4}{3}$ D) $\frac{8}{5}$ E) 2

[illegible]