

SEMBOOLİK MANTIK

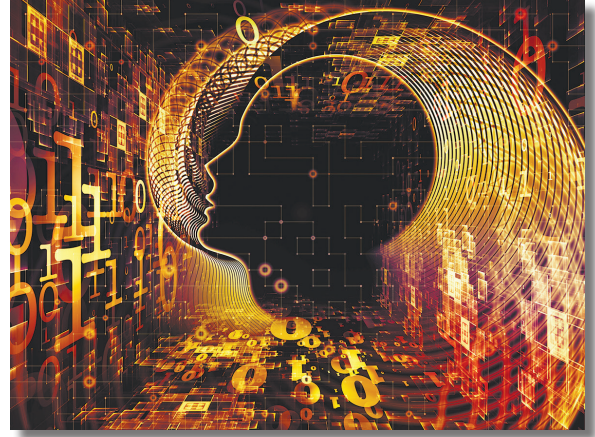
SEMBOOLİK MANTIĞA GEÇİŞ

Sembolik mantık, klasik mantıkta yaşanan çok anlamlılık ve anlam belirsizliğini ortadan kaldırmak, önermeleri ve çıkarımları daha doğru bir şekilde denetleme olanağı sağlamak amacıyla ortaya çıkarılmıştır.

Sembolik mantıkta klasik mantıkta kullanılan basit önermeler ve bağlaçların, niceleyicilerin, özne ve yüklemelerin yerine semboller kullanılarak işlemler yapılmaktadır. Böylece anlam belirsizliği ve çok anlamlılık ortadan kalkmıştır.

DİFnot

Sembolik mantıkta sembolleştirme yapılırken önermelerin içerikleri dikkate alınmaz.



Sembolik mantık, önermeler mantığı ve yüklemeler (niceleme) mantığı olarak iki bölümde ele alınır. Bu mantık türlerinde iki değerli mantık kullanılır. Yani önermeler ya doğrudur (D) ya da yanlıştır (Y), başka bir durum söz konusu değildir. Önce önermeler mantığını sonra yüklemeler mantığını ele alalım.

ÖNERMELER MANTIĞI

Önerme Eklemleri ve Sembolleştirme

Klasik mantıkta önermedeki her bir yargı p, q, r, s, t gibi küçük harflerle sembolleştirilir. Mantık değişmezleri olan eklemler (bağlaçlar) ise $\sim, \wedge, \vee, \Rightarrow, \Leftrightarrow$ gibi sembollerle gösterilir.

DİFnot

Değilleme eklemleri ($\sim$) = değil, me-ma, mez-maz, olumsuzluk ekleri

Tümel evetleme eklemleri ($\wedge$) = ve, ile, hem hem de, ne ne de, ama, fakat, lakin

Tikel evetleme eklemleri ($\vee$) = veya, yahut, ya ya da

Koşul eklemleri ($\Rightarrow$) = ise

Karşılıklı koşul eklemleri ($\Leftrightarrow$) = ancak ve ancak, sadece, yalnızca

Bunlarla birlikte çıkarımlarda sonuç önermesindeki "o hâlde, öyleyse" gibi ifadeleri göstermek için $\therefore$ sembolü kullanılır.

Serhat çalışandır. (p)

Hava yağmurlu değildir. ($\sim p$)

Bilgisayarı ve televizyonu yenileyeceğim. ($p \wedge q$)

Kitap okumayı seviyorum ama boş zaman bulamıyorum. ($p \wedge \sim q$)

Hem okudum hem de yazdım. $(p \wedge q)$

Ahmet ne okulu bitirebildi ne de evlenebildi. $(\sim p \wedge \sim q)$

Seçimlerin yapıldığı ve hükûmetin kurulduğu söylenemez. $\sim (p \wedge q)$

Tatilimi Antalya'da ya da Bodrum'da geçireceğim. $(p \vee q)$

Yatmadan önce çay içersem uyuyamıyorum. $(p \Rightarrow \sim q)$

Esra ancak ve ancak antibiyotik kullandığında iyileşir. $(p \Leftrightarrow q)$

Bütün metaller değerlidir. Altın bir metaldir. O hâlde altın değerlidir. $p, q \therefore r$

DİFnot

Çıkarımlar sembolleştirilirken öncüller arasına virgül konur. Eğer öncüller bileşik önermelerden oluşuyorsa öncüller paranteze alınır.



ÖRNEK-1

Çok kar yağarsa meyve ağaçları zarar görür. Meyve ağaçları zarar görürse pazarda meyve fiyatları yükselir. O hâlde, çok kar yağarsa pazarda meyve fiyatları yükselir.

Bu çıkarımın sembolleştirilmesi aşağıdakilerin hangisinde doğru verilmiştir?

- A) $(p \Rightarrow q), (q \Rightarrow r) \therefore (p \Rightarrow r)$
- B) $(p \Rightarrow q) \wedge r, (q \wedge r) \therefore r$
- C) $(p \Leftrightarrow r), (q \Leftrightarrow r) \therefore (p \Leftrightarrow q)$
- D) $(p \vee q), (p \vee r) \therefore (p \Rightarrow r)$
- E) $(q \Rightarrow r) \vee (p \Rightarrow q), (p \wedge r) \therefore r$

(2017-LYS)



ÖRNEK-2

“Ali evden çıktı.” önermesi p , “Ali okuldadır.” önermesi de q ile sembolleştirilirse “Ali evden çıktı ama okulda değil.” önermesi aşağıdakilerden hangisiyle sembolleştirilir?

- A) $p \Rightarrow \sim q$
- B) $p \Leftrightarrow \sim q$
- C) $p / \sim q$
- D) $p \wedge \sim q$
- E) $\sim (p \Leftrightarrow q)$

(2024-AYT)

Basit ve Bileşik Önerme

Yalın hâlde bulunan, önerme eklemi almayan önermelere **basit önerme** denir. Eğer bir önerme, önerme eklemi almışsa **bileşik önerme** denir.

Tek bir yargı bildiren cümleler basit, iki ve daha çok yargı bildiren cümleler bileşiktir.

Bugün salıdır. (p)

İstanbul, Türkiye'nin en kalabalık şehridir. (q)

Bütün bitkiler fotosentez yapar. (r)

Bu önermeler sadece bir yargıya sahip olduklarından ya da önerme eklemine sahip olmadığından basit önermelerdir.

Güneş doğarsa hava aydınlık olur. $(p \Rightarrow q)$

Senin hoşgörülü olduğunu söyleyemem. $(\sim p)$

Ali dürüst ve çalışkandır. $(p \wedge q)$

Sınava iyi bir şekilde hazırlanırsın veya başarılı olamazsın. ($p \vee \sim q$)

Bir madde ancak ve ancak metalse iletkenidir. ($p \Leftrightarrow q$)

Bu önermeler, önerme eklemine sahip olduklarından bileşiktir.

Ana Eklem ve Ana Bileşen

Bileşik önermeler basit önermelerin önerme eklemeleri ile birleştirilmesiyle elde edilir. Bileşik önermeleri oluşturan her önermeye **bileşen** denir. Ana eklem birleştirdiği önermelere **ana bileşenler** denir.

Ana eklem etrafındaki önerme veya önerme gruplarına ise **ana bileşen** denilir. Ana bileşenlerden ana eklem önündeki önermeye ön bileşen, arkasındaki önermeye art bileşen denir.

Bir önermeyi veya önerme grubunun tamamını etkileyen eklem **ana eklem** denir.

Önermelerin sembolleştirilmesinde parantez kullanılmışsa ana eklem parantezler dışında olur.

$p \wedge q$ önermesinde $\wedge$ (ve) ana eklem, p ile q ana bileşendir.

$\frac{p}{A.B}$	$\Rightarrow$	$\frac{q}{A.B}$
$\frac{\sim p}{A.B}$	$\vee$	$\frac{q}{A.B}$
$\frac{\sim p}{A.B}$	$\Rightarrow$	$\frac{\sim q}{A.B}$
$\frac{\sim}{A.E}$	$(p \Rightarrow q)$	
$\frac{(p \wedge \sim q)}{A.B}$	$\Rightarrow$	$\frac{(p \vee q)}{A.B}$
$\frac{\sim}{A.E}$	$\frac{[(p \Rightarrow \sim q) \vee (p \wedge q)]}{A.B}$	
$\frac{\sim [(p \vee \sim q) \Leftrightarrow (p \wedge \sim q)]}{A.B}$	$\vee$	$\frac{p}{A.B}$



ÖRNEK-3

$$[(p \vee q) \Rightarrow (q \vee r)] \wedge (p \Rightarrow q) \wedge p \wedge q \wedge r$$

önermesinin kaç tane ana bileşeni vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5
(2015-LYS)



ÖRNEK-4

$$((p \Rightarrow q) \vee (r \wedge p)) \Leftrightarrow \sim ((q \Rightarrow \sim r) \wedge r)$$

bileşik önermesinin ana eklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\Rightarrow$ B) $\wedge$ C) $\sim$ D) $\vee$ E) $\Leftrightarrow$
(2019-AYT)

1. Doğal sayıların özellikleri hakkında basit bir önermeyi ele alalım: " $x + y = y + x$ ", bu önermeyi şimdi gündelik dilde ifade etmeye çalışalım. "İki sayıdan birinci sayıya ikinci sayıyı eklemekle elde edeceğimiz sonuç ile, ikinci sayıya birinci sayıyı eklemekle elde edeceğimiz sonuç eşittir." Görüldüğü gibi aynı ifade gündelik dilde uzun ve anlamı kolaylıkla yanlış değerlendirmeye müsait durumdadır.

Buna göre mantıkta söylemek istediğimizi daha kısa ve kesin şekilde ifade etmemizi sağlayan yöntem aşağıdakilerden hangisidir?

- A) Sembolleştirme B) Akıl yürütme
C) Kıyas D) Karşı olum karesi
E) Döndürme

2. "Bir ülke ekonomisi bozulursa sosyal problemler artar." önermesi aşağıdakilerin hangisinde doğru sembolleştirilmiştir?

- A) $p \vee q$ B) $p \Rightarrow q$ C) $p \Leftrightarrow q$
D) $p \wedge q$ E) $p \Rightarrow \sim q$

3. Aşağıdaki önermelerden hangisinin ana eklemi karşılıklı koşul eklemidir?

- A) $(p \Rightarrow q) \Rightarrow (q \vee p)$
B) $\sim(p \Leftrightarrow q)$
C) $(p \wedge q) \Leftrightarrow (p \Rightarrow q)$
D) $(p \Rightarrow q) \wedge \sim q$
E) $\sim p \Rightarrow q$

4. " $(p \Rightarrow q) \wedge q \wedge r$ " önermesi üç bileşenli bir önermedir.

Aşağıdaki önerme eklemelerinden hangisi ana eklem olursa verilen ifade tek bileşenli bir önermeye dönüşür?

- A) $\wedge$ B) $\vee$ C) $\Rightarrow$ D) $\sim$ E) $\Leftrightarrow$

5. "Bir insan aynı anda hem şişman hem de şişman olmayan olamaz."

önermesinin sembolik ifadesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $p \vee q$ B) $\sim p \wedge \sim q$ C) $p \Rightarrow q$
D) $p \wedge q$ E) $\sim(p \wedge \sim p)$

6. $[(p \Rightarrow q) \wedge q] \wedge \sim(q \wedge q) \wedge r \wedge p$

önermesinin kaç ana bileşeni vardır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

7. $\sim[(p \Leftrightarrow q) \wedge (p \vee q)] \vee \sim(p \Rightarrow q)$

önermesinin ana eklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\wedge$ B) $\vee$ C) $\Rightarrow$ D) $\sim$ E) $\Leftrightarrow$

8. "Özgürlük ve adaletin sağlandığı her ülke demokratiktir."

önermesinin ana eklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) Değilleme eklemi
B) Karşılıklı evetleme eklemi
C) Tikel evetleme eklemi
D) Tümel evetleme eklemi
E) Koşul eklemi

9. Aşağıdakilerden hangisi tikel evetleme önermesi değildir?

- A) Tiyatroya ya da sinemaya gideceğim.
- B) Yarışmaya Recep veya Haydar katılacak.
- C) Bir sayı ya tektir ya da çifttir.
- D) Eve giderken ekmek ve yoğurt aldı.
- E) Ya istiklal ya ölüm.

10. Aşağıdaki önermelerden hangisinin tek bileşeni vardır?

- A) $\sim p \Rightarrow \sim q$
- B) $p \wedge \sim q$
- C) $p \vee q$
- D) $(p \wedge q) \Leftrightarrow (p \vee \sim q)$
- E) $\sim (p \Leftrightarrow q)$

11. "Sena düzenli çalışır ve umutlu olursa dilediği üniversiteyi kazanır."

önermesinin sembolik ifadesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(p \Rightarrow q) \wedge r$
- B) $(p \wedge q) \Rightarrow p$
- C) $(p \Leftrightarrow q) \wedge r$
- D) $(p \Rightarrow q) \Rightarrow r$
- E) $(p \wedge q) \Rightarrow r$

12. Aşağıdakilerden hangisinde tikel evetleme (V) eklemi kullanılmıştır?

- A) Demokratik toplumlar özgürlükçü veya eşitlikçidir.
- B) Demokratik toplumlarda özgürlüklerin yaygınlaştığı doğru değildir.
- C) Demokratik toplumlar hem özgürlükçü hem de eşitlikçidir.
- D) Ancak ve ancak demokratik toplum gerçekleşirse özgürlükler yaygınlaşır.
- E) Demokratik toplum gerçekleşirse özgürlükler yaygınlaşır.

- 13. • Bazı masalar dört ayaklıdır.
- Buraya gelirsene bana uğra.
- Elma ve armut meyvedir.
- Tatil uzun sürmedi.

Yukarıdaki yargılardan hangisinin sembolleştirilmesi aşağıda bulunmamaktadır?

- A) $\sim p$
- B) $p \Rightarrow q$
- C) $p \wedge q$
- D) p
- E) $p \vee q$

- 14. I. Kış gelirse hava soğuyacak.
- II. Gelirim ama şartlarım var.
- III. Ne Ankara'ya ne de İstanbul'a gittim.
- IV. Hava daha kararmadı.
- V. Bu yaz hemen bitti.

Yukarıdaki yargılardan hangisi sembolleştirilirken önerme eklemi kullanılmaz?

- A) I
- B) II
- C) III
- D) IV
- E) V

15. "Futbol zevkli bir spordur." (p) önermesi basitken; "Futbol ve basketbol zevkli sporlardır." $(p \wedge q)$ önermesi bileşiktir.

Buna göre bir önermenin bileşik olması aşağıdakilerden hangisine bağlıdır?

- A) Tümel bir önerme olmasına
- B) Deneyle ispatlanabilmesine
- C) Bir önerme eklemi almasına
- D) Olumlu olmasına
- E) Sembolleştirmenin yapılabilmesine



1065116

ÖĞRENCİ NO		YANITLAR	
1	0 0 0 0 0 0	1	A B C D E
2	1 1 1 1 1 1	2	A B C D E
3	2 2 2 2 2 2	3	A B C D E
4	3 3 3 3 3 3	4	A B C D E
5	4 4 4 4 4 4	5	A B C D E
6	5 5 5 5 5 5	6	A B C D E
7	6 6 6 6 6 6	7	A B C D E
8	7 7 7 7 7 7	8	A B C D E
9	8 8 8 8 8 8	9	A B C D E
10	9 9 9 9 9 9	10	A B C D E
		11	A B C D E
		12	A B C D E
		13	A B C D E
		14	A B C D E
		15	A B C D E
		16	A B C D E
		17	A B C D E
		18	A B C D E
		19	A B C D E
		20	A B C D E

Yorumlama Çizelgeleri

Önermelerin doğru ve yanlış değerlerden hangisini aldığını belirlemeye **yorumlama** denir. Sembolik mantıkta doğruluk tabloları önerme eklemleriyle yapılmış bileşik önermelerin tutarlılığını, geçerliliğini, eş değer olup olmadıklarını ve çıkarımların geçerliliğini denetlemeye yarar.

Denetleme yapabilmek için her bileşik önermenin doğruluk değeri için ana eklemin doğruluk değerini bularak önermenin tamamı hakkında yorumda bulunmak gerekir.

Her bileşik önermenin doğruluk değeri, bu önermenin ana bileşenlerinin doğruluk değerine bağlı olarak belirlenmiştir. Bu belirlemeyi gösteren çizelgeye **doğruluk çizelgesi (doğruluk tablosu)** denir.

DİFnot

Doğruluk tablosu oluşturulurken önermenin doğru değeri için “D”, yanlış değeri için “Y” sembolü kullanılır.

Basit bir önerme iki doğruluk değerine sahip olabilir. Bir basit önerme ya doğrudur ya da yanlıştır. Bileşik önermelerin alacağı doğruluk değeri bileşik önermeyi oluşturan yalın önerme sayısına göre belirlenmektedir. İki önermeden oluşan bileşik önermenin alacağı doğruluk değeri dört, üç önermeden oluşan bileşik önermenin birlikte alacağı doğruluk değeri sayısı sekizdir.

Doğruluk Çizelgesi

Doğruluk Çizelgesi Denetleme Kuralları

Değilleme Önermesi ($\sim$)

Bu eklem olumlu bir önermeyi olumsuz, olumsuz bir önermeyi olumlu yapan eklemdir. Önerme doğru iken önüne değilleme eklemi getirilirse yanlış olur, yanlışken önüne değilleme eklemi getirilirse doğru değerini alır.

“Su sıvıdır.” önermesi p ile gösterildiğinde, “Su sıvı değildir.” önermesi $\sim p$ ile gösterilir. Bu önerme de değillendiğinde “Su sıvı olmayan değildir.” önermesi elde edilir ve $\sim \sim p$ sembolü ile gösterilir.

p	$\sim p$
D	Y
Y	D

p	$\sim p$	$\sim \sim p$
D	Y	D
Y	D	Y

DİFnot

Değillenmiş bir önermenin tekrar değillesmesi alınırsa ilk önermeye ulaşılır. Bu durum çifte değilleme kuralı olarak bilinir.

Tümel Evetleme Eklemi ($\wedge$)

Günlük hayatta “ve, ile, hem ... hem de, de ... de, ne ... ne de” şeklinde kullanılan sözcükler iki veya daha fazla yarının birleştirildiğini anlatmak için kullanılır.

p	q	$p \wedge q$
D	D	D
D	Y	Y
Y	D	Y
Y	Y	Y

DİFnot

Tümel evetleme önermesinde bileşenlerin tümü doğru olduğunda sonuç doğru, bileşenlerden biri yanlışsa sonuç yanlış olur.

Ahmet ve Esra bize geldiler. ($p \wedge q$) önermesinde Ahmet’in ve Esra’nın geldiği taahhüt edilmektedir. Bunlardan biri ya da ikisi gelmediğinde sonuç yanlış olmaktadır.



ÖRNEK-5

Sembolik mantıkta bir önermenin değilinin değili kendisi olur. Buna çiftte değilleme kuralı adı verilir.

Aşağıdaki önermelerden hangisinde “çifte değilleme” söz konusudur?

- A) Her kuşun eti yenmez.
- B) Hiçbir bekâr evli değildir.
- C) Dost acı söyler.
- D) Öğrencilerin sevdikleri derslerde başarılı olamayacağı doğru değildir.
- E) Sağlıklı olmak için düzenli beslenmek gerekmez.

Tikel Evetleme Eklemi (v)

Günlük dilde “veya, ya da, ya ... ya” gibi sözcükler yerine tikel evetleme eklemi kullanılır.

Tikel evetleme eklemiyle oluşmuş bileşik bir önermenin doğru olması için bileşenlerinden en az birinin doğru olması yeterlidir. Eğer bileşenlerin tümü yanlış değerini alıyorsa önerme yanlış değerini alır.

“Fatih kış tatilinde Bolu’ya ya da Bursa’ya gidecek.” ($p \vee q$) önermesi sadece Fatih’in Bolu’ya da Bursa’ya da gitmediğinde yanlış olacaktır.

p	q	$p \vee q$
D	D	D
D	Y	D
Y	D	D
Y	Y	Y

Koşul Eklemi ($\Rightarrow$)

Günlük yaşamda yargının bir koşula bağlı olduğunu gösteren “ise, se-sa, -nca, takdirde, için” gibi sözcükler yerine koşul eklemi kullanılır.

DİFnot

Koşul önermesinde birinci önermeye **ön bileşen**, ikinci önermeye **art bileşen** adı verilir. Ön bileşen neden (şart), art bileşen sonuçtur.

Koşul önermesinin doğru olması ön bileşenin doğru iken, art bileşenin yanlış olmamasına bağlıdır. Sadece ön bileşen doğru art bileşen yanlış olduğunda sonuç yanlış, diğer koşullarda önerme doğrudur.

Koşul önermesinde sonucun ortaya çıkması için ön bileşen olabilecek ihtimallerden sadece biridir. Ancak tek neden o değildir. Yani belirtilen neden olmasa da diğer nedenlerden dolayı sonuç ortaya çıkabilir.

“Ahmet ders çalışırsa sınıfını geçer.” ($p \Rightarrow q$) önermesinde, Ahmet ders çalışmadığı hâlde, dersi iyi dinleyerek de sınıfını geçmiş olabilir.

p	q	$p \Rightarrow q$
D	D	D
D	Y	Y
Y	D	D
Y	Y	D



ÖRNEK-7

Aşağıdaki önermelerin hangisinde “tikel evetleme” söz konusudur?

- A) Bazı kediler siyahtır.
- B) Kedi ve köpekler evcildir.
- C) İdil, kedi veya köpek sahiplenecek.
- D) Kediler ile köpekler sürekli çatışır.
- E) Köpekler, kedilerden daha sempattir.



ÖRNEK-6

Aşağıdaki önermelerden hangisinde “tümel evetleme” söz konusudur?

- A) Hukuk ya da işletme fakültesine gideceğim.
- B) Spor yapmazsan kasların zayıflar.
- C) Ali ile Ayşe dans kursuna başladı.
- D) Üzümlü ya da cevizli kek yapacağım.
- E) Çevre kirliliği canlı yaşamını tehdit eder.



ÖRNEK-8

Aşağıdaki önermelerin hangisinde “koşul” söz konusudur?

- A) Covid 19 aşısı olmazsan uçağa binemezsin.
- B) Her başarı hikâyesinin ardında uzun çalışma saatleri vardır.
- C) Ekinoks günlerinde gece-gündüz süreleri eşittir.
- D) Bilinçsiz avlanma nedeniyle bazı hayvanların nesli tükenmektedir.
- E) Fazla karbonhidrat tüketimi obeziteye yol açar.

Karşılıklı Koşul Eklemi ($\Leftrightarrow$)

Günlük dilde iki önerme “ancak ve ancak, sadece ve sadece, tek koşullu, gerekli ve yeter koşulu” gibi eklemelerle birleştirilmişse bu sözcükler yerine karşılıklı koşul eklemi kullanılır.

Karşılıklı koşul önermesinde ikinci önermenin tek ve yeterli koşulu birinci önerme, birinci önermenin tek ve yeterli koşulu ikinci önermedir.

“Dünyada yaşam olabilmesi ancak ve ancak oksijen ile mümkündür.” önermesinde yaşamın olabilmesinin tek koşulu oksijenin olmasıdır.

p	q	$p \Leftrightarrow q$
D	D	D
D	Y	Y
Y	D	Y
Y	Y	D

DİFnot

Karşılıklı koşul eklemiyle oluşturulmuş bileşik bir önermenin doğru olması için bileşenlerinin aynı anda aynı doğruluk değerine sahip olması gerekir.

Tüm önerme eklemelerinin doğruluk tablosu aşağıdaki gibidir.

p	q	$\sim p$	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \Rightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$
D	D	Y	D	D	D	D
D	Y	Y	Y	D	Y	Y
Y	D	D	Y	D	D	Y
Y	Y	D	Y	Y	D	D

ÖRNEK-9

Aşağıdaki ifadelerden hangisi karşılıklı koşul dile getirmez?

- A) Çocuklara kendini sevdirmenin şefkatli davranmaktan başka yolu yoktur.
- B) İyi bir öğretmen olmanın tek şartı bilgili olmak ve öğrenciye objektif davranmaktır.
- C) Küresel ısınmanın önlenmesi ancak ve ancak doğayı kirletmekten vazgeçip ona uygun davranmakla mümkündür.
- D) Dünya barışını sağlamak için tek çıkar yol komşularla iyi geçinmektir.
- E) Hem sanayici hem çevreci olmak zordur ancak herkesin çevreci olması gerekir.

(2015-LYS)

ÖRNEK-10

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \wedge q$	$p \Rightarrow \sim q$	$\sim p \vee \sim q$
D	D	Y	Y	D	Y	3
D	Y	Y	D	1	D	D
Y	D	D	Y	Y	D	D
Y	Y	D	D	Y	2	Y

Doğruluk tablosunda numaralandırılmış yerlere hangi doğruluk değerleri getirilmelidir?

	1	2	3
A)	D	D	D
B)	Y	D	Y
C)	Y	Y	Y
D)	D	Y	D
E)	D	Y	Y

Doğruluk Çizelgesi ile Denetlemeler

Bir Önermenin Tutarlılığı

Bir önermenin tutarlı olması için doğruluk tablosundaki yorumlamalarından en az bir tanesinin “D” olması gereklidir. Eğer önermenin doğrulayıcı yorumlaması yoksa, önerme tutarsızdır.

p	p	p
D	D	Y
D	Y	Y

Tutarlı Tutarlı Tutarsız

Örnek:

$(p \Rightarrow q) \vee (p \wedge q)$ önermesinin tutarlılığını denetleyelim.

p	q	$(p \Rightarrow q)$	$p \wedge q$	$(p \Rightarrow q) \vee (p \wedge q)$
D	D	D	D	D
D	Y	Y	Y	Y
Y	D	D	Y	D
Y	Y	D	Y	D

Tutarlıdır.

DİFnot

Doğruluk tablosu hazırlanmış bir önermenin tutarlılığı ve geçerliliği en sağ sütundaki yorumlamalara bakılarak değerlendirilir.

Birden Çok Önermenin Tutarlılığı

Önermelerin birlikte tutarlı olması için aynı satırda birlikte doğru (D) değerine sahip olmaları gerekmektedir. Bu koşul en az bir satırda sağlanırsa önermeler birlikte tutarlıdır. Eğer önermeler aynı satırda “D” değeri almamışsa birlikte tutarlı değildir.

p	q	p	q	p	q
D	D	D	D	D	Y
D	D	D	Y	Y	D

Birlikte tutarlıdır. Birlikte tutarlıdır. Birlikte tutarlı değildir.

Örnek:

$(p \Leftrightarrow \sim q), (p \wedge \sim q)$ önermelerinin birlikte tutarlılığını denetleyelim.

p	q	$\sim q$	$p \Leftrightarrow \sim q$	$p \wedge \sim q$
D	D	Y	Y	Y
D	Y	D	D	D
Y	D	Y	D	Y
Y	Y	D	Y	Y

Birlikte tutarlıdır.

Önermenin Geçerliliği

Bir önermenin geçerli olması için doğruluk tablosundaki tüm yorumlamaların “D” olması veya hiçbir “Y” yorumlamanın bulunmaması gerekir.

p	p	p
D	D	Y
D	Y	Y

Geçerli Geçersiz Geçersiz

Örnek:

$(\sim p \Rightarrow \sim q) \Leftrightarrow (p \vee q)$ önermesinin geçerliliğini denetleyelim.

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \Rightarrow \sim q$	$p \vee q$	$(\sim p \Rightarrow \sim q) \Leftrightarrow (p \vee q)$
D	D	Y	Y	D	D	D
D	Y	Y	D	D	D	D
Y	D	D	Y	Y	D	Y
Y	Y	D	D	D	Y	Y

Geçersizdir.

DİFnot

- ✓ Her geçerli önerme aynı zamanda tutarlıdır.
- ✓ Her tutarlı önerme geçerli olmayabilir.
- ✓ Her tutarsız önerme aynı zamanda geçersizdir.
- ✓ Her geçersiz önerme tutarsız olmayabilir.

Önergelerin Eş Değerliliği

İki önermenin eş değer olması için tüm yorumlamalarında aynı değeri alması gerekir. Eğer önergeler her satırda aynı değeri almışlarsa yani biri "D" iken diğeri de "D" ise, biri "Y" iken diğeri de "Y" ise bu iki önerme eş değer olur.

p	q	p	q	p	q	p	q
D	D	Y	Y	D	D	D	D
D	D	Y	Y	Y	Y	D	Y
Eş değer	Eş değer	Eş değer	Eş değer değil				

Örnek:

$p \Rightarrow q$ ile $\sim p \vee q$ önermesinin eş değer olup olmadıklarını denetleyelim.

p	q	$\sim p$	$p \Rightarrow q$	$\sim p \vee q$
D	D	Y	D	D
D	Y	Y	Y	Y
Y	D	D	D	D
Y	Y	D	D	D

Tüm yorumlamalarda aynı doğruluk değerini aldıklarından eş değerdirler.



ÖRNEK-11

Önergeler mantığı tanımlarına göre aşağıdaki ifadelerden hangisi yanlıştır?

- Öncülleri birbiri ile tutarsız olan bütün çıkarımlar geçerlidir.
- Her geçerli önerme aynı zamanda tutarlı bir önermedir.
- Her geçerli önermenin değili tutarsız bir önermedir.
- Ön bileşeni geçerli bir önerme olan bütün koşullu önergeler doğrudur.
- Art bileşeni geçerli bir önerme olan bütün koşullu önergeler doğrudur.

(2022-AYT)



ÖRNEK-12

		I	II	III
p	q	$p \vee q$	$p \Rightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$
D	D	D	D	D
D	Y	D	Y	Y
Y	D	D	D	Y
Y	Y	Y	D	D

Verilen bu doğruluk tablosuna göre aşağıdaki yargılardan hangisi yanlıştır?

- I. önerme tutarlıdır.
- II. önerme tutarlıdır.
- III. önerme tutarlıdır.
- I, II ve III. önergeler birlikte tutarlıdır.
- II ve III. önergeler eşdeğerdir.

Çıkarımların Geçerliliği

Bir çıkarımın geçerli olabilmesi için öncüllerin ve sonucun birlikte doğru olması gerekir. Öncülleri doğru iken sonucu yanlış olan bir çıkarım geçersizdir.

Çıkarımların geçerliliği doğruluk tablosu ile iki yol ile denetlenir.

1. Yol: Çıkarımın öncül önermeleri ve ($\wedge$) eklemiyle birbirine bağlanır. Elde edilen bu bileşik önerme, sonuç önermesine ise ($\Rightarrow$) eklemiyle bağlanır. Bu elde edilen yeni bileşik önermenin tüm yorumları "D" ise bu çıkarım geçerlidir.

2. Yol: Öncüller birleştirilmez ve değiştirilmez fakat sonucun değili alınır. Öncüller ile değili alınan sonuç önermesinin aynı satırda en az bir tane "D" değeri alıp almadığına bakılır. Eğer aynı satırda öncüller de sonucun değili de "D" değeri alıyorsa bu çıkarım geçersizdir.

Örnek:

$(p \wedge q), (\sim p \vee q) \therefore \sim q$ çıkarımının geçerliliğini 1. yoldan denetleyelim.

$$[(p \wedge q) \wedge (\sim p \vee q)] \Rightarrow \sim q$$

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \wedge q$	$\sim p \vee q$	$(p \wedge q) \wedge (\sim p \vee q)$	$[(p \wedge q) \wedge (\sim p \vee q)] \Rightarrow \sim q$
D	D	Y	Y	D	D	D	Y
D	Y	Y	D	Y	Y	Y	D
Y	D	D	Y	Y	D	Y	D
Y	Y	D	D	Y	D	Y	D

Tüm yorumlar doğru olmadığı için çıkarım geçersizdir.



ÖRNEK-13

$p \Rightarrow q, \sim r \Rightarrow p, q \Rightarrow r \therefore ?$ çıkarımının geçerli olabilmesi için "?" ile gösterilen yere aşağıdakilerden hangisi getirilmelidir?

- A) p B) $\sim q$ C) q D) r E) $\sim r$
(2017-LYS)



ÖRNEK-14

$(p \vee q), (p \wedge q) \therefore p$ çıkarımının geçerlilik denetlemesinde numaralanmış işaretli yerlere aşağıdakilerden hangisi getirilmelidir?

p	q	$p \vee q$	$p \wedge q$	? (I)
D	D	D	D	Y
D	Y	D	? (III)	Y
Y	D	? (II)	Y	D
Y	Y	Y	Y	D

	I	II	III
A)	p	Y	Y
B)	$\sim p$	D	Y
C)	p	D	D
D)	$\sim p$	Y	D
E)	$\sim p$	Y	Y

1.

p	q	$p \wedge q$	$p \Rightarrow q$	$p \vee q$
D	D	I	D	D
D	Y	Y	II	D
Y	D	Y	D	D
Y	Y	Y	D	III

Verilen doğruluk tablosunda numaralanmış yerlere hangi doğruluk değerleri getirilmelidir?

	I	II	III
A)	D	D	D
B)	Y	Y	Y
C)	D	Y	Y
D)	Y	Y	D
E)	D	Y	D

2. I. $D \Rightarrow Y$
 II. $Y \Leftrightarrow Y$
 III. $D \vee Y$
 IV. $Y \wedge D$

Yukarıdaki önermelerden hangileri "yanlış" değerini alır?

- A) I ve II B) I ve IV C) II ve III
 D) II ve IV E) III ve IV

3. Aşağıdaki önermelerden hangisi "yanlış" değerini alır?

- A) $(Y \Leftrightarrow Y) \wedge D$
 B) $\sim(D \Rightarrow Y) \Rightarrow \sim Y$
 C) $(D \vee Y) \Leftrightarrow (Y \Rightarrow Y)$
 D) $(D \Rightarrow Y) \wedge (D \vee Y)$
 E) $(\sim D \vee D) \vee Y$

4. I. Tutarlı önerme aynı zamanda geçersiz önermedir.
 II. Tutarlı önerme aynı zamanda geçerli önermedir.
 III. Geçersiz önerme aynı zamanda tutarsız önermedir.
 IV. Geçerli önerme aynı zamanda tutarlı önermedir.

Yukarıda verilen ifadelerden hangileri yanlıştır?

- A) I ve II B) I ve III C) I ve IV
 D) II ve III E) II ve IV

5.

	I	II	III		IV	V
p	q	$\sim q$	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \Rightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$
D	D	Y	D	D	D	Y
D	Y	D	Y	D	Y	D
Y	D	Y	Y	D	D	D
Y	Y	D	Y	Y	D	Y

Yukarıdaki doğruluk tablosunda numaralanmış sütunlardan hangisi hatalıdır?

- A) I B) II C) III D) IV E) V

6.

p	q	I	II	III
D	D	Y	Y	Y
D	Y	Y	Y	D
Y	D	D	D	D
Y	Y	D	D	Y

Verilen doğruluk tablosuyla ilgili aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) III. önerme tutarlıdır.
 B) I ve II. önermeler eş değerdir.
 C) I. önerme geçersizdir.
 D) I, II ve III. önermeler birlikte tutarlıdır.
 E) II. önerme geçerlidir.

7.

$p \Rightarrow q$	$p \vee q$	$(p \Rightarrow q) ? (p \vee q)$
D	Y	D
Y	D	D
D	Y	D
D	Y	D

$(p \Rightarrow q) ? (p \vee q)$ önermesini geçerli yapan ana eklem aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\Rightarrow$ B) $\Leftrightarrow$ C) $\wedge$ D) $\vee$ E) $\sim$

8.

$$p \Rightarrow q, p \vee q \therefore p \wedge q$$

çıkarımının geçerliliğinin denetlemesiyle ilgili verilen bilgilerden hangisi yanlıştır?

- A) Çıkarım geçersizdir.
B) Öncüller olduğu gibi sonuç değillenenek alınır.
C) Sonuç olduğu gibi öncüller değillenenek alınır.
D) Çatal açma kuralı uygulanmıştır.
E) Öncüller ve sonuç önermesi bileşik önermedir.

9.

x: Tüm doğruluk değerleri YANLIŞTIR.

y: Tüm doğruluk değerleri DOĞRUDUR.

z: Doğruluk değerleri DOĞRU ve YANLIŞLARDAN oluşmaktadır.

Buna göre x, y, z önermeleriyle ilgili aşağıdaki ifadelerden hangisi kesinlikle doğrudur?

- A) x ve y eş değerdir.
B) x geçerlidir.
C) y ve z birlikte tutarlıdır.
D) y ve z eş değerdir.
E) x, y ve z birlikte tutarlıdır.

10.

I	II	III	IV	V
p	q	$p \Rightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$	$(p \Rightarrow q) \vee (p \Leftrightarrow q)$
D	D	D	D	
D	Y	Y	Y	
Y	D	D	Y	
Y	Y	D	D	

Verilen doğruluk tablosunda "V" numaralı sütunun yerine aşağıdakilerden hangisi getirilmelidir?

- A)

D
Y
D
D

 B)

Y
Y
Y
Y

 C)

D
D
D
D
- D)

Y
D
Y
Y

 E)

D
Y
D
Y

11.

$$(p \Rightarrow q) \wedge p$$

önermesinin doğruluk tablosuyla ilgili aşağıdakilerden hangisi söylenbilir?

- A) Tüm satırlarda doğru değeri bulunur.
B) İlk satırda doğru değeri bulunur.
C) Son satırda doğru değeri bulunur.
D) İlk satırda yanlış değeri bulunur.
E) Tüm satırlarda yanlış değeri bulunur.



1065117

ÖĞRENCİ NO		YANITLAR	
1	0 0 0 0 0 0	1	A B C D E
2	1 1 1 1 1 1	2	A B C D E
3	2 2 2 2 2 2	3	A B C D E
4	3 3 3 3 3 3	4	A B C D E
5	4 4 4 4 4 4	5	A B C D E
6	5 5 5 5 5 5	6	A B C D E
7	6 6 6 6 6 6	7	A B C D E
8	7 7 7 7 7 7	8	A B C D E
9	8 8 8 8 8 8	9	A B C D E
10	9 9 9 9 9 9	10	A B C D E

Çözümleyici Çizelge

Doğruluk tablosu kullanarak önermelerin tutarlılık, geçerlilik ve eş değerlik denetlemesi yapılyordu. Fakat denetlemesi yapılacak olan önerme sayısı arttıkça tablodaki satır sayısı da artmaktadır. Bu nedenle çözümleyici çizelge (ağaç yöntemi) geliştirilmiştir. Ayrıca niceleme mantığında doğruluk tablosu ile denetleme yapma olanağı bulunmamaktadır.

Çözümleyici çizelge yöntemi; bileşik önermeleri bileşenlerine ayırarak tutarlılık, geçerlilik ve eş değerlik denetlemesi yapma yöntemidir.

Çözümleyici çizelge yönteminin önerme eklemlerini kapsayan eş değerlik kuralları vardır. Bu kurallar De Morgan kuralları olarak da bilinmektedir.

$$\begin{aligned} p \wedge q &\equiv q \wedge p \\ p \vee q &\equiv q \vee p \\ p \Rightarrow q &\equiv \sim p \vee q \\ \sim (p \Rightarrow q) &\equiv p \wedge \sim q \\ \sim (p \wedge q) &\equiv \sim p \vee \sim q \\ \sim (p \vee q) &\equiv \sim p \wedge \sim q \\ p \Leftrightarrow q &\equiv (p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim q) \\ \sim (p \Leftrightarrow q) &\equiv (p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge q) \end{aligned}$$



ÖRNEK-15

$(p \vee \sim q) \Rightarrow r$ önermesinin eş değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(\sim p \vee \sim q) \vee r$ B) $(\sim p \wedge q) \vee r$
C) $(p \Rightarrow q) \vee r$ D) $\sim (p \vee \sim q) \Rightarrow \sim r$
E) $(p \Rightarrow \sim q) \wedge r$

(2018-AYT)



ÖRNEK-16

- I. $(p \wedge q), (q \wedge p)$
II. $(p \Leftrightarrow q), (q \Leftrightarrow p)$
III. $(p \Rightarrow q), (q \Rightarrow p)$

Yukarıdaki önerme çiftlerinden hangileri eş değerdir?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve II E) I ve III

DiFnot

- ✓ Değilleme, koşul ve karşılıklı koşul önermeleri her zaman tümel veya tikel evetleme önermelerine dönüştürülerek çözümlenir.
- ✓ Çözümleme işleminde önce tümel evetleme (alt alta yazma) kuralı, daha sonra tikel evetleme (çatal açma) kuralı uygulanır.

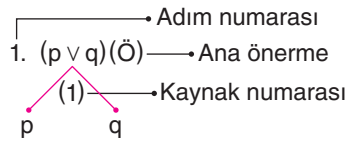
Tümel Evetleme Çözümleme (Çengel) Kuralı

Tümel evetleme önermesi her iki bileşeni de doğru olduğunda doğru olabilen bir önermedir. Bu nedenle tümel evetleme önermesi alt alta yazılarak çözümlenir.

- Adım numarası
1. $(p \wedge q) \rightarrow$ Ana önerme
 $\left. \begin{array}{l} p \\ q \end{array} \right| (1) \rightarrow$ Kaynak numarası

Tikel Evetleme Çözümleme (Çatal Açma) Kuralı

Tikel evetleme önermesinde önermenin bileşenlerinden en az birinin doğru olması önermeyi doğru yapmaktadır. Bu durumu göstermek için önermeler ayrık yazılır veya çatal açılır. Tikel evetleme önermesinin birinci bileşeni çatalın soluna, ikinci bileşeni çatalın sağına yazılır. Çatalın ortasına da kaynak numarası yazılır.

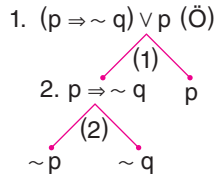


Koşul önermesinin ve karşılıklı koşul önermesinin çözümleme kuralları denklik tablosuna göre yapılır.

Örnek:

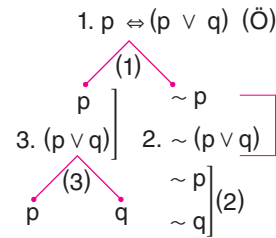
$$(p \Rightarrow \sim q) \vee p$$

önermesinin tutarlılığını denetleyelim.



Örnek:

$p \Leftrightarrow (p \vee q)$ önermesini çözümleyici çizelge ile denetleyelim.



Çözümleyici Çizelge Kuralları

1. Tümel evetleme

$$1. p \wedge q$$

$$p \quad q \quad (1)$$

Değilllenmiş tümel evetleme

$$1. \sim (p \wedge q)$$

$$(1)$$

$\sim p$ $\sim q$

Tikel evetleme

$$1. p \vee q$$

$$p$$
 q

Değilllenmiş tikel evetleme

$$1. \sim (p \vee q)$$

$$\sim p \quad \sim q \quad (1)$$

2.

Koşul

$$1. p \Rightarrow q$$

$$(1)$$

$\sim p$ q

Değilllenmiş koşul

$$1. \sim (p \Rightarrow q)$$

$$p \quad \sim q \quad (1)$$

Karşılıklı koşul

$$(p \Leftrightarrow q)$$

$$p$$
 $\sim p$
 q $\sim q$

Değilllenmiş karşılıklı koşul

$$1. \sim (p \Leftrightarrow q)$$

$$(1)$$

p $\sim p$
 $\sim q$ q

Çözümleyici Çizelgede İşlem Basamakları

- ✓ Çözümlenecek ana önermenin sağına "Ö" konulur.
- ✓ Çözümlenecek önermenin ana eklemi (ön ve art bileşeni) belirlenir.
- ✓ Çengel kuralı, çatal açma kuralından önce uygulanır.
- ✓ Hangi önermenin çözümleneceği adım numarası ile gösterilir.
- ✓ Çözümleme sonunda elde edilen önermenin kaynak numarası gösterilir.
- ✓ Yapılan her çözümlemenden sonra aynı yol üzerinde "p" ve " $\sim p$ " gibi birbiriyle çelişen önermeler olup olmadığı kontrol edilir.