

7
SINIF

DİM MATEMATİK

DERS

İŞLEME

Modülleri

2. MODÜL

RASYONEL SAYILAR • RASYONEL SAYILARLA İŞLEMLER

- Rasyonel Sayılar ve Sayı Doğrusunda Gösterimi
- Rasyonel Sayıların Ondalık Gösterimi
- Ondalık Gösterimleri Rasyonel Sayıya Çevirme
- Devirli Ondalık Gösterimleri Rasyonel Sayıya Çevirme
- Rasyonel Sayılarda Sıralama
- Rasyonel Sayılarla Toplama İşlemi
- Rasyonel Sayılarla Çıkarma İşlemi
- Rasyonel Sayılarla Toplama İşleminin Özellikleri
- Rasyonel Sayılarla Çarpma İşlemi
- Rasyonel Sayılarla Çarpma İşleminin Özellikleri
- Rasyonel Sayılarla Bölme İşlemi
- Rasyonel Sayıların Karesi ve Küpü
- Rasyonel Sayılarla Çok Adımlı İşlemler
- Rasyonel Sayı Problemleri



RASYONEL SAYILAR VE SAYI DOĞRUSUNDA GÖSTERİMİ

Rasyonel Sayılar

- a ve b tam sayı ve $b \neq 0$ olmak üzere $\frac{a}{b}$ şeklinde yazılabilen sayılara **rasyonel sayılar** denir. Rasyonel sayılar kümesi $\mathbb{Q}$ harfi ile gösterilir.
- Rasyonel sayılar, negatif rasyonel sayıların ($\mathbb{Q}^-$), pozitif rasyonel sayıların ($\mathbb{Q}^+$) ve sıfırın birleşiminden oluşan sonsuz elemanlı bir sayı kümesidir.

Örneğin " $\frac{1}{2}, -\frac{3}{4}, \frac{5}{1}, \frac{8}{7}, -\frac{2}{6} \dots$ " birer rasyonel sayıdır.

- Her tam sayı, paydası 1 olan rasyonel sayıdır.

$$-5 = -\frac{5}{1} \quad 19 = \frac{19}{1}$$



Bilgi Notu

$-\frac{a}{b}, \frac{a}{-b}, -\frac{a}{b}$ rasyonel sayıları aynı sayıyı belirtir.

$$-\frac{3}{5} = \frac{3}{-5} = -\frac{3}{5}$$

Örnek:

$\frac{5}{0}$ ifadesinin bir rasyonel sayı olup olmadığını açıklayalım.

Çözüm:

Bir tam sayının sıfıra bölümü tanımsızdır. Bu nedenle $\frac{5}{0}$ ifadesi rasyonel sayı değildir.



Uygulama - 01

Aşağıda verilen sayılardan rasyonel olanları " $\checkmark$ " rasyonel olmayanları " $\times$ " işareti ile belirleyiniz.

a. $\frac{9}{10}$ ☐

c. $\frac{0}{18}$ ☐

d. $-\frac{3}{0}$ ☐

b. $2\frac{4}{11}$ ☐

ç. $-1\frac{7}{10}$ ☐

e. $-\frac{5}{-5}$ ☐



Uygulama - 02

Aşağıda verilen sayıların hangi sayı kümesine ait olduklarını belirleyerek uygun kutulara “✓” işaretini koyunuz.

	$-\frac{3}{8}$	-4	$1\frac{8}{10}$	6	0
Doğal Sayı (N)					
Tam Sayı (Z)					
Rasyonel Sayı (Q)					



Uygulama - 03

Aşağıdaki ifadeler birer rasyonel sayı olduğuna göre, paydadaki harflerin yerine yazılamayacak sayıları bulunuz.

a. $-\frac{2}{a} \rightarrow a \neq \dots\dots\dots$

c. $\frac{3}{b} \rightarrow b \neq \dots\dots\dots$

b. $\frac{5}{c+1} \rightarrow c \neq \dots\dots\dots$

ç. $-\frac{2}{d-3} \rightarrow d \neq \dots\dots\dots$

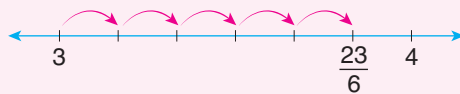
Rasyonel Sayıların Sayı Doğrusunda Gösterimi

- Rasyonel sayılar, sayı doğrusu üzerinde gösterilirken rasyonel sayının bulunduğu iki tam sayı arası payda kadar eş parçaya bölünür. Bu eş parçalardan sayı pozitifse sağa doğru, sayı negatifse sola doğru pay kadar ilerlenir.

Örnek:

$\frac{23}{6}$ rasyonel sayısını sayı doğrusunda gösterelim.

Çözüm:



$\frac{23}{6} = 3\frac{5}{6}$ şeklinde tam sayılı kesre çevirdiğimizde rasyonel sayının 3 ile 4 arasında olduğunu görürüz. Bu nedenle 3 ile 4 arasını 6 eş parçaya ayırıp sayı pozitif olduğu için 5 birim sağa doğru ilerleriz.





Uygulama - 04

Aşağıda verilen rasyonel sayıları sayı doğrusunda gösteriniz.

a. $\frac{2}{5}$



c. $-\frac{3}{2}$



b. $\frac{7}{4}$

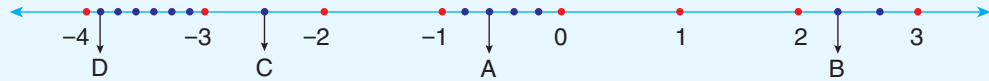


ç. $-\frac{1}{6}$



Uygulama - 05

Ardışık tam sayılar arası kendi içinde eş bölmelere ayrılmış aşağıdaki sayı doğrusu üzerinde işaretli olan A, B, C ve D noktalarına karşılık gelen rasyonel sayıları bulunuz.



A =

C =

B =

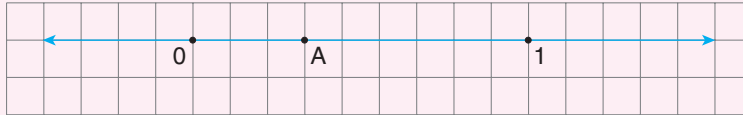
D =



Uygulama - 06

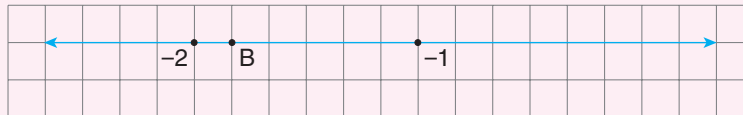
Aşağıda birim kareli zemin üzerine çizilen sayı doğrularında belirtilen A, B ve C noktalarının hangi rasyonel sayılara denk geldiğini bulunuz.

a.



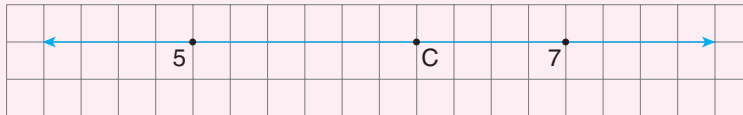
A =

b.



B =

c.



C =



RASYONEL SAYILARIN ONDALIK GÖSTERİMİ

Rasyonel sayıların ondalık gösterimi iki farklı şekilde bulunabilir.

- Rasyonel sayının paydası 10, 100, 1000 gibi 10'un kuvveti olacak şekilde kesir sadeleştirilir veya genişletilir. Sonra ondalık gösterim olarak yazılır.
- Rasyonel sayının payı paydasına bölünür.

Örnek:

$\frac{4}{5}$ rasyonel sayısının ondalık gösterimini bulalım.

Çözüm:

1. Yol

2. Yol



Uygulama - 07

Aşağıda verilen rasyonel sayıları ondalık gösterim olarak yazınız.

a. $\frac{3}{10} =$

f. $-2\frac{24}{40} =$

b. $\frac{1}{4} =$

g. $\frac{33}{30} =$

c. $-\frac{4}{5} =$

ğ. $\frac{480}{500} =$

ç. $\frac{12}{20} =$

h. $-\frac{4}{125} =$

d. $-\frac{18}{25} =$

i. $-\frac{60}{150} =$

e. $\frac{9}{6} =$

i. $2\frac{18}{300} =$



Bilgi Notu

Bir rasyonel sayıyı ondalık gösterime çevirirken bölümün ondalık kısmında tekrar eden sayılar olabilir. Ondalık kısmı tekrar eden sayıların olduğu ondalık gösterimlere **devirli ondalık gösterim** denir.

Örnek: $\frac{5}{6}$ sayısının ondalık gösterimini bulalım.



Uygulama - 08

Aşağıdaki rasyonel sayıların devirli ondalık gösterimlerini yazınız.

a.

$$\frac{8}{9} =$$

c.

$$\frac{14}{90} =$$

b.

$$\frac{17}{9} =$$

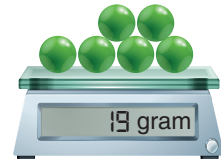
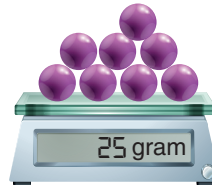
ç.

$$\frac{10}{11} =$$



Uygulama - 09

Aşağıda renklerine göre özdeş olan bilyelerin kütleleri gösterilmiştir.



Buna göre, bu bilyelerin birer tanesinin kütlelerini gram cinsinden veren ondalık gösterimleri yazınız.

a. 1 sarı bilyenin kütlesi =

c. 1 yeşil bilyenin kütlesi =

b. 1 mor bilyenin kütlesi =



ONDALIK GÖSTERİMLERİ RASYONEL SAYIYA ÇEVİRME

Ondalık gösterimleri rasyonel sayıya çevirirken

→ $\frac{\text{Ondalık gösterim virgül yokmuş gibi yazılır.}}{\text{Ondalık kısmın basamak sayısı kadar "0" 1'in sağına yazılır.}}$

Örnek:

$$3,2 = \frac{32}{10}$$

$$0,17 =$$

$$1,25 =$$

$$-1,8 =$$

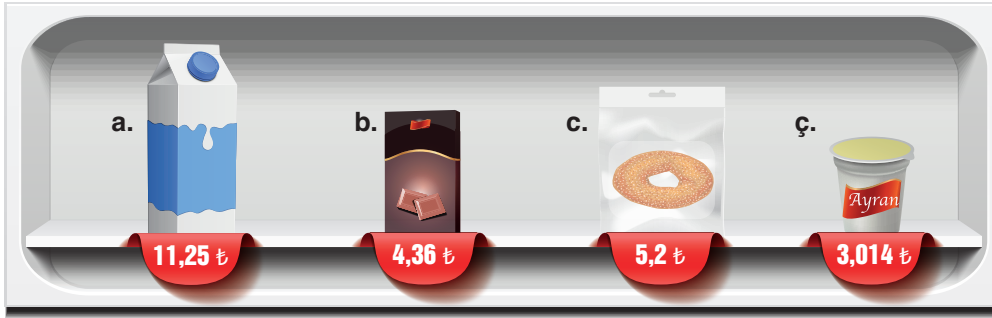
$$-1,44 =$$

$$3,016 =$$



Uygulama - 10

Aşağıda fiyatları ondalık gösterim şeklinde verilen ürünlerin fiyatlarını lira cinsinden rasyonel sayı olarak yazınız.



DEVİRLİ ONDALIK GÖSTERİMLERİ RASYONEL SAYIYA ÇEVİRME

Devirli ondalık gösterimleri rasyonel sayıya çevirirken

→ $\frac{\text{Sayının Tamamı - Devretmeyen Kısım}}{\text{Ondalık Kısımdaki Devreden Basamak Sayısı Kadar 9, Devretmeyen Basamak Sayısı Kadar 0 Yazılır.}}$

Örnek:

$$0,\overline{4} =$$

$$0,\overline{15} =$$

$$2,\overline{3} =$$

$$3,0\overline{2} =$$

$$-0,0\overline{4} =$$

$$0,\overline{142} =$$



Uygulama - 11

Aşağıdaki devirli ondalık gösterimleri rasyonel sayı olarak yazınız.

a. $0,\overline{7} =$

b. $12,\overline{16} =$

c. $2,\overline{14} =$



Uygulama - 12

Aşağıda verilen rasyonel sayılar ondalık gösterim olarak yazıldığında harflere karşılık gelen sayıları bulunuz.

a. $\frac{3}{2} = 1, a \rightarrow a = \dots\dots\dots$

c. $-\frac{7}{8} = -0,8c5 \rightarrow c = \dots\dots\dots$

b. $\frac{13}{8} = 1, b25 \rightarrow b = \dots\dots\dots$

ç. $-\frac{16}{5} = -3, ç \rightarrow ç = \dots\dots\dots$



Uygulama - 13

Aşağıdaki rasyonel sayılarla devirli ondalık gösterimleri ile eşleştiriniz.

a. $\frac{7}{11}$

1. $\frac{7}{11}$

b. $\frac{5}{3}$

2. $\frac{5}{3}$

c. $\frac{127}{45}$

3. $\frac{127}{45}$

ç. $\frac{187}{90}$

4. $\frac{187}{90}$

d. $\frac{155}{9}$

5. $\frac{155}{9}$

e. $\frac{111}{9}$

6. $\frac{111}{9}$

a.	b.	c.	ç.	d.	e.



Uygulama - 14

Aşağıdaki devirli olan veya olmayan ondalık gösterimleri rasyonel sayı olarak yazınız.

a. $1,25 =$

d. $0, \overline{5} =$

b. $0,56 =$

e. $3, \overline{14} =$

c. $-3,4 =$

f. $2, \overline{9} =$

ç. $-1,75 =$

g. $-0, \overline{15} =$



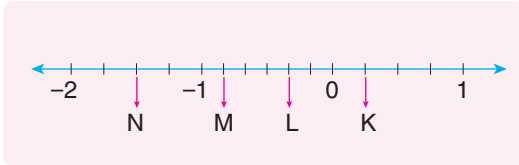
1. Aşağıda verilen sayılardan hangisi rasyonel sayı değildir?

- A) $\frac{0}{3}$ B) $-\frac{1}{9}$ C) $\frac{6}{0}$ D) -4

2. Aşağıda verilen ifadelerden hangisi yanlıştır?

- A) Her tam sayı bir rasyonel sayıdır.
B) $-\frac{2}{3}$ sayısı ile $-\frac{2}{-3}$ sayısı birbirine denk değildir.
C) $-\frac{5}{2}$ sayısı sayı doğrusunda -3 'ün sol tarafındadır.
D) $-\frac{22}{7}$ sayısı -3 ile -4 tam sayıları arasındadır.

3. Aşağıdaki sayı doğrusunda -2 ile -1 arası dört eş parçaya, -1 ile 0 arası altı eş parçaya, 0 ile 1 arası dört eş parçaya bölünmüştür.



Buna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $K = \frac{1}{4}$ B) $L = -\frac{1}{3}$
C) $M = -1\frac{1}{6}$ D) $N = -1\frac{1}{2}$

4. $-8\frac{2}{3}$ rasyonel sayısı, sayı doğrusu üzerinde hangi ardışık iki tam sayı arasında yer alır?

- A) -7 ve -8 B) -8 ve -9
C) 7 ve 8 D) 8 ve 9

5.



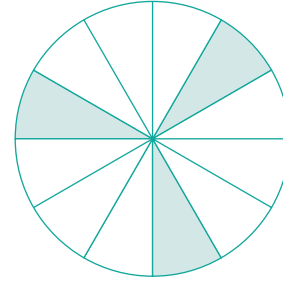
Peynir

8,15 TL

Aslı'nın marketten aldığı peynir fiyatının lira cinsinden rasyonel sayı olarak gösterimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{163}{20}$ B) $\frac{405}{50}$ C) $\frac{165}{5}$ D) $\frac{815}{10}$

6. Aşağıda eş bölmelere ayrılmış bir şekil verilmiştir.



Bu şeklin iki parçası daha boyandığında boyalı bölgeyi ifade eden ondalık gösterim aşağıdakilerden hangisi olur?

- A) 0,25 B) $0,\overline{3}$
C) $0,4\overline{16}$ D) $0,41\overline{6}$

7. $\frac{9}{11}$ sayısı aşağıda verilen,

I. 0,9

II. $0,\overline{81}$

III. $\frac{36}{44}$

gösterimlerden hangilerine eşittir?

- A) Yalnız III B) I ve II
C) II ve III D) I, II ve III

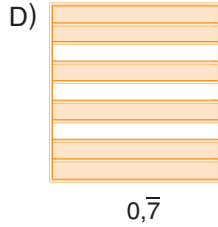
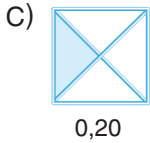
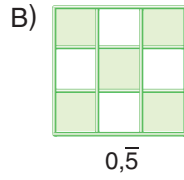
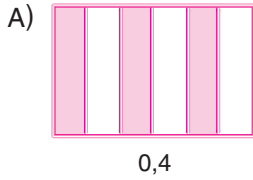
8. Aşağıda verilen tabloda birbirine eş olan ifadeler aynı renk ile boyanacaktır.

$\frac{23}{90}$	$-0,\overline{3}$	$0,5\overline{4}$
$\frac{6}{11}$	$\frac{27}{50}$	$0,2\overline{5}$
$-\frac{1}{3}$	$0,54$	$0,5\overline{4}$

Buna göre, tabloda boyanmayan ifade aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-0,\overline{3}$ B) $0,54$
C) $0,5\overline{4}$ D) $0,5\overline{4}$

9. Kendi içinde eş parçalara ayrılmış aşağıdaki şekillerden hangisinin boyalı kısımlarının belirttiği ondalık gösterim doğru verilmiştir?

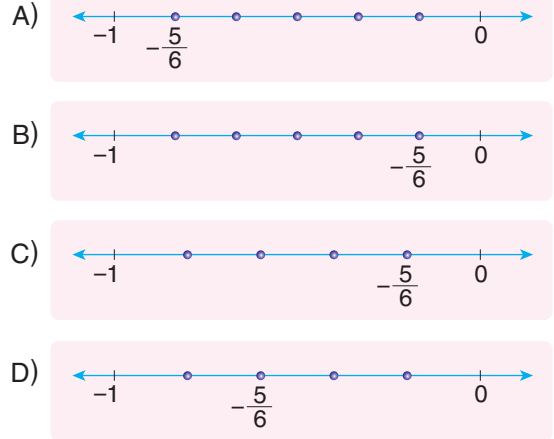


10. $-1,5 = \frac{\star}{10} = \frac{3}{\blacksquare}$

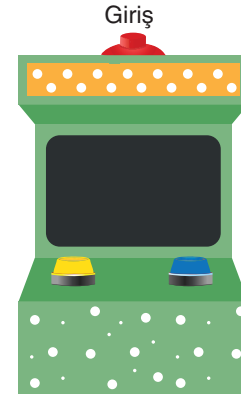
Yukarıdaki eşitlikleri sağlayan $\star$ ve $\blacksquare$ değerleri için $\star - \blacksquare$ farkının sonucu kaçtır?

- A) -17 B) -13 C) 13 D) 17

11. $-\frac{5}{6}$ sayısının sayı doğrusu üzerindeki gösterimi aşağıdakilerin hangisinde doğru verilmiştir?



12. Devirli ondalık gösterim ile devirli olmayan ondalık gösterimleri ayırt etmek için şekilde belirtilen makineye giriş kısmından rasyonel sayılar atılmaktadır.



Makineye atılan rasyonel sayının sonucu devirli ondalık gösterim ise sarı alarm, değil ise mavi alarm devreye girmektedir.

Buna göre, bu makineye $\frac{2}{9}, \frac{5}{15}, \frac{12}{5}, \frac{8}{11}, \frac{21}{12}$ rasyonel sayıları atıldığında kaç kere sarı alarm çalar?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4



RASYONEL SAYILARDA SIRALAMA

Pozitif Rasyonel Sayılarda Sıralama

- Pozitif rasyonel sayılar sıfırdan uzaklaştıkça büyür.
- Paydaları eşit olan pozitif rasyonel sayılar sıralanırken paylar incelenir. Payı küçük olan pozitif rasyonel sayı daha küçüktür.

$$\frac{6}{12} < \frac{8}{12}$$

- Payları eşit olan pozitif rasyonel sayılar sıralanırken paydalar incelenir. Paydası büyük olan pozitif rasyonel sayı daha küçüktür.

$$\frac{15}{18} < \frac{15}{12}$$

- Payları veya paydaları eşit olmayan rasyonel sayılar sıralanırken payları veya paydaları eşitlenir, daha sonra sıralama yapılır.

Örnek:

Çözüm:

$\frac{5}{6}$, $\frac{4}{12}$ ve $\frac{3}{4}$ rasyonel sayılarını küçükten

büyüğe doğru sıralayalım.



Uygulama - 15

Aşağıda verilen rasyonel sayıları büyükten küçüğe doğru sıralayınız.

a. $\frac{11}{9}, \frac{14}{9}, \frac{8}{9}$

b. $\frac{3}{8}, \frac{1}{4}, \frac{2}{6}$

c. $1,3\overline{14}, 1,3\overline{14}, 1,3\overline{14}$



Bilgi Notu

Rasyonel sayıları karşılaştırmada sayıların 0'a, 1'e ve yarıma yakınlıklarından da yararlanılabilir.



**Negatif Rasyonel Sayılarda Sıralama**

- Negatif rasyonel sayılar sıfırdan uzaklaştıkça küçülür.
- Negatif rasyonel sayılar sıralanırken önce pozitif rasyonel sayı gibi sıralama yapılır. Daha sonra sayıların önüne negatif işareti koyulur ve eşitsizliklerin yönü değiştirilir.

Örnek:

$-\frac{1}{2}, -\frac{5}{6}, -\frac{3}{4}$ rasyonel sayılarını küçükten büyüğe doğru sıralayalım.

Çözüm:

$$\frac{1}{2} = \frac{6}{12}, \frac{5}{6} = \frac{10}{12}, \frac{3}{4} = \frac{9}{12}$$

$$\frac{10}{12} > \frac{9}{12} > \frac{6}{12} \Rightarrow \frac{5}{6} > \frac{3}{4} > \frac{1}{2} \quad (\text{Sayıların önüne “-” işareti koyup eşitsizliklerin yönünü değiştirirsek})$$

$$-\frac{5}{6} < -\frac{3}{4} < -\frac{1}{2} \text{ olur.}$$

**Uygulama - 16**

Aşağıda verilen rasyonel sayıları küçükten büyüğe doğru sıralayınız.

a.

$$-\frac{12}{5}, -\frac{12}{9}, -\frac{12}{7}$$

b.

$$-4, -\frac{6}{10}, -\frac{25}{3}$$

c.

$$-\frac{3}{17}, -\frac{6}{18}, -\frac{9}{11}$$

**Uygulama - 17**

Aşağıda verilen sıralamalardaki harflerin yerine gelebilecek tam sayıları bulunuz.

a.

$$\frac{1}{4} < \frac{a}{12} < \frac{1}{2}$$

a =,

c.

$$\frac{2}{5} < \frac{b}{45} < \frac{4}{9}$$

b =

d.

$$-\frac{1}{6} < \frac{c}{12} < \frac{1}{2}$$

c =,,,,,

b.

$$-\frac{5}{7} < -\frac{a}{14} < -\frac{15}{28}$$

a =,

ç.

$$-\frac{4}{5} < \frac{b}{30} < -\frac{2}{3}$$

b =,,

e.

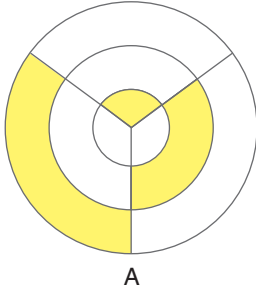
$$-\frac{3}{4} < -\frac{c}{12} < -\frac{1}{3}$$

c =,,,

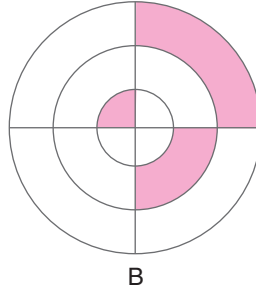


Uygulama - 18

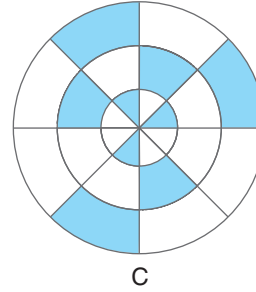
Aşağıda verilen daire şeklindeki özdeş kartonlar kendi içlerinde eş parçalara ayrılarak bu parçalardan bazıları boyanmıştır.



A



B



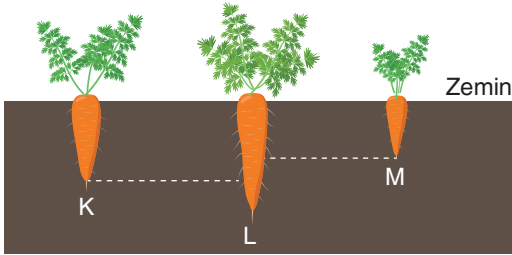
C

Buna göre, boyalı parçaların gösterdiği A, B ve C rasyonel sayılarını küçükten büyüğe doğru sıralayınız.



Uygulama - 19

- a. Aşağıda deniz seviyesinde bulunan bir zemine ekilen havuçlar gösterilmiştir.



Havuçların uç noktaları olan K, L ve M noktalarının zemine olan konumları desimetre cinsinden $-\frac{9}{5}$, $-\frac{7}{4}$ ve $-\frac{3}{2}$ değerlerinden birine eşittir.

Buna göre, bu noktaların zemine olan konumlarını bulunuz.

- b. Aşağıdaki tabloda aynı yolu kullanarak A noktasından B noktasına gitmek isteyen dört kişinin yolun kaçta kaçını gittikleri gösterilmiştir.

Kişiler	Gidilen Kısım (km)
Ayyüce	$\frac{5}{6}$
Feride	$\frac{7}{18}$
Serra	$\frac{11}{12}$
Semra	$\frac{3}{4}$

Buna göre, bu kişilerin B noktasına ulaşmak için gitmeleri gereken mesafeyi sıralayınız.





1. $a = \frac{1}{3}$, $b = \frac{2}{5}$, $c = \frac{3}{7}$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

- A) $a < b < c$ B) $a < c < b$
C) $c < b < a$ D) $b < c < a$

2. Aşağıdaki rasyonel sayılardan hangisi $\frac{22}{5}$ 'ten daha büyüktür?

- A) $\frac{9}{2}$ B) $\frac{42}{10}$ C) $\frac{17}{4}$ D) $\frac{19}{5}$

3. $x = 0, \overline{3}$
 $y = 0,3$
 $z = 0,34$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

- A) $x > z > y$ B) $z > x > y$
C) $z > y > x$ D) $y > z > x$

4.

$\blacktriangle > -\frac{64}{9}$

Yukarıdaki sıralamanın doğru olabilmesi için $\blacktriangle$ yerine yazılabilecek en küçük tam sayı değeri kaçtır?

- A) -6 B) -7 C) -8 D) -9

5.

$-43,7 \blacksquare 5$ $<$ $-43,745$

Yukarıdaki sıralamanın doğru olabilmesi için $\blacksquare$ yerine yazılabilecek kaç farklı rakam vardır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5

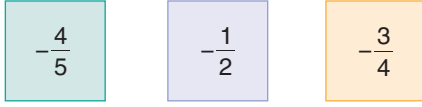
6. Aşağıda aynı dergiyi okuyan dört arkadaşın okudukları sayfaların oranları verilmiştir.

Mustafa	$\frac{5}{18}$
Eren	$\frac{5}{6}$
Barış	$\frac{7}{9}$
Çağan	$\frac{2}{3}$

Buna göre, derginin bitmesi için okuması gereken sayfa sayısı en az olan kişi kimdir?

- A) Mustafa B) Eren
C) Barış D) Çağan

7. Aşağıda, üzerinde rasyonel sayıların yazılı olduğu üç adet kart verilmiştir.



Bu kartların üzerlerinde yazan sayılar küçükten büyüğe ve soldan sağa doğru dizildiğinde görünümleri aşağıdakilerden hangisi gibi olur?

- A) B)
C) D)

8. $-\frac{1}{5} < \frac{A}{30} < \frac{1}{6}$

Yukarıda verilen sıralamaya göre, A yerine yazılabilecek tam sayıların toplamı kaçtır?

- A) -9 B) -5 C) 0 D) 5

9.



Seçeneklerde verilen rasyonel sayılardan hangisi yukarıdaki sayı doğrusunda kırmızı renk ile çizilen bölgede yer almaz?

- A) $\frac{13}{10}$ B) $\frac{45}{97}$ C) $-\frac{29}{20}$ D) $-\frac{9}{5}$

10. Aşağıda bir koşu parkurunda dört kişinin yarışı bitirme süreleri gösterilmiştir.

Aydın	$\frac{24}{25}$ saat
Nahide	$\frac{6}{5}$ saat
Aybars	$1\frac{1}{7}$ saat
Aybala	$\frac{21}{20}$ saat

Buna göre, bu yarışı ikinci sırada bitiren kişi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) Aydın B) Nahide
C) Aybars D) Aybala

11. Aşağıdaki tabloda daire şeklindeki kartonların renklerine göre yarıçap uzunlukları verilmiştir.

Renk	Yarıçap Uzunluğu (cm)
Mavi	$\frac{6}{11}$
Kırmızı	$\frac{7}{15}$
Sarı	$\frac{5}{7}$

Bu kartonlar merkezleri çakışacak şekilde büyükten küçüğe doğru üst üste konulursa görünümleri aşağıdakilerden hangisi gibi olur?

