

SAYILAR - II (GERÇEK SAYILARIN KÖKLÜ GÖSTERİMİ)

Boyu 2 birim olan bir fidanın her ay sonunda boyunun 2 katına çıktığını düşünelim. Bu durumda bu fidanın boyunun bir ay sonunda 2^2 birim, iki ay sonunda 2^3 birim, üç ay sonunda 2^4 birim olduğunu görürüz.

Peki bu fidanın 15 gün sonunda veya 1,5 ay sonunda boyunun kaç birim olduğunu nasıl hesaplarız?

Bu durumda 15 gün, $\frac{1}{2}$ ay olduğundan

15 gün sonra fidanın boyunun $2 \cdot 2^{\frac{1}{2}}$

1,5 ay sonra ise fidanın boyunun $2 \cdot 2^{\frac{3}{2}}$

olduğunu söyleyebiliriz.

Burada dikkat edilirse 2 sayısının $\frac{3}{2}$ ve $\frac{5}{2}$ olmak üzere rasyonel kuvvetleri ile karşılaşmaktayız.

Pozitif bir sayının $\frac{1}{2}$ kuvveti bu sayının karekökü ile ifade edilir ve $\sqrt{\quad}$ sembolü ile gösterilir.

Bu durumda $2 \cdot 2^{\frac{1}{2}}$ sayısı $2\sqrt{2}$ şeklinde gösterilir ve 2 karekök 2 biçiminde okunur.

Karesi alınan bir pozitif gerçel sayının ilk hâlini bulmak için $\sqrt{\quad}$ sembolünden faydalanırız.

Örneğin alanı 4 birim kare olan bir karenin bir kenar uzunluğu 2 birimdir. Bu durumu $\sqrt{4} = 2$ şeklinde ifade ederiz.

Üslü ve Köklü Gösterimlerin Birbiri Cinsinden İfade Edilmesi

m, n pozitif tam sayı; $n \geq 2$ ve x bir pozitif gerçel sayı olmak üzere,

$$x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{x^m}$$

şeklinde ifade edilebilir.

DİFnot

- $n = 2$ ise $\sqrt{a}$ yazılır ve “ikinci dereceden kök a” veya “karekök a” olarak okunur.
 - Kök derecesi 2 ise genellikle derece yazılmaz.
- $n = 3$ ise $\sqrt[3]{a}$ yazılır ve “üçüncü dereceden kök a” veya “küp kök a” olarak okunur.
- $n = 4$ ise $\sqrt[4]{a}$ yazılır ve “dördüncü dereceden kök a” olarak okunur.

Örnek 1

Aşağıdaki tabloda boş bırakılan yerleri doldurunuz.

	Üslü Gösterim	Köklü Gösterim
a.	$2^{\frac{1}{5}}$	
b.	$3^{\frac{3}{4}}$	
c.	$7^{\frac{1}{2}}$	
d.	$(-3)^{\frac{3}{7}}$	
e.	$(-2)^{\frac{1}{3}}$	
f.	$(-2)^{\frac{5}{3}}$	
g.		$\sqrt{7}$
h.		$\sqrt[3]{5}$
ı.		$\sqrt[3]{5^5}$
j.		$\sqrt[3]{2^7}$
k.		$\sqrt[4]{27}$
l.		$\sqrt[3]{2^{x+1}}$

Örnek 2

a. $\left(\frac{36}{25}\right)^{\frac{1}{2}}$

b. $(81)^{\frac{1}{4}}$

c. $\left(\frac{1}{32}\right)^{\frac{1}{5}}$

Yukarıda verilen üslû gösterimleri köklü gösterim olarak yazıp değerlerini bulunuz.

DiFnot

► $\sqrt{\quad}$ sembolünün bir sayının pozitif karekökü için kullanıldığına dikkat edilmesi gerekir. Karesi 4 olan sayılar 2 ve -2 olmasına rağmen $\sqrt{4} = 2$ olur.

Yani $a \in \mathbb{R}^+ \Rightarrow \sqrt{a} > 0$ olur.

DiFnot

- n bir pozitif tam sayı olmak üzere,

- $2^{n+1}\sqrt{a}$ ifadesi tüm a gerçel sayıları için tanımlıdır.
- $2^n\sqrt{a}$ ifadesi $a \geq 0$ koşulunu sağlayan a gerçel sayıları için tanımlıdır.

Örnek 3

$$\sqrt{2x-4}$$

ifadesi bir gerçək sayı olduğuna görə x 'in alabileceği en geniş değer aralığını bulunuz.

Örnek 4

$$\sqrt[5]{x-5}$$

ifadesi bir gerçel sayı olduğuna göre x 'in alabileceği en geniş değer aralığını bulunuz.

DiFnot

$n \in \mathbb{Z}^+$ ve $n \geq 2$ olmak üzere $a \in \mathbb{R}$ için,

$$\sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} a, & n \text{ tek ise} \\ |a|, & n \text{ çift ise} \end{cases}$$

şeklindedir.

Örneğin, $\sqrt{x^2} = |x|$

$$\sqrt[3]{x^3} = x$$

$$\sqrt{(x-y)^2} = |x-y| \text{ olur.}$$

Örnek 5

a. $\sqrt{(-4)^2}$

b. $\sqrt[3]{-8}$

c. $a < 0$ için $\sqrt[4]{a^4}$

d. $a > 0$ için $\sqrt{(a+1)^2}$

e. $a < 0$ için $\sqrt[7]{a^7}$

f. $a < 2$ için $\sqrt{(a-2)^2}$

Yukarıdaki köklü gösterimlerin eşitlerini bulunuz.

Örnek 6

$$\sqrt{5^2} + \sqrt{(-3)^2} - \sqrt{(-2)^2}$$

ifadesinin eşitini bulunuz.

1. $a < b < 0$ olduğuna göre,

$$\sqrt{(a-b)^2} + \sqrt{a^2} + \sqrt[3]{b^3}$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-2a$ B) $-2b$ C) $2a$
D) $2b$ E) $-2a + 2b$

2. $\sqrt{x-5} + \sqrt{8-x}$

ifadesi bir gerçel sayıya eşit olduğuna göre x yerine yazılabilecek tam sayıların toplamı kaçtır?

- A) 26 B) 28 C) 30 D) 32 E) 34

3. Aşağıdaki verilen eşitliklerden hangisi doğrudur?

- A) $\sqrt[3]{2} = 3^{\frac{1}{2}}$ B) $\sqrt{3} = 3$
C) $\sqrt[4]{3^5} = 3^{\frac{4}{5}}$ D) $\sqrt[6]{2^8} = 2^{\frac{3}{4}}$
E) $\sqrt[5]{(-2)^3} = (-2)^{\frac{3}{5}}$

4. $\sqrt{150}$ sayısı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $15\sqrt{10}$ B) $10\sqrt{15}$ C) $5\sqrt{6}$
D) $6\sqrt{5}$ E) $3\sqrt{30}$

5. $2 \cdot \sqrt[3]{2}$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\sqrt[3]{4}$ B) $\sqrt[3]{16}$ C) $\sqrt[3]{32}$
D) $\sqrt[3]{64}$ E) $\sqrt[3]{128}$

6. $a = \sqrt[3]{7}$

$$b = \sqrt{3}$$

$$c = \sqrt[6]{39}$$

olduğuna göre a , b ve c sayılarının küçükten büyüğe doğru sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $a < b < c$ B) $b < c < a$ C) $b < a < c$
D) $c < b < a$ E) $c < a < b$

7. $\frac{\sqrt{0,16} + \sqrt{0,36}}{\sqrt{0,49}} + \sqrt[3]{2\sqrt{9} + 2}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{8}{7}$ B) $\frac{20}{7}$ C) $\frac{22}{7}$ D) $\frac{24}{7}$ E) $\frac{25}{7}$



1106908

ÖĞRENCİ NO	YANITLAR
0 0 0 0 0 0	1 A B C D E 11 A B C D E
1 1 1 1 1 1	2 A B C D E 12 A B C D E
2 2 2 2 2 2	3 A B C D E 13 A B C D E
3 3 3 3 3 3	4 A B C D E 14 A B C D E
4 4 4 4 4 4	5 A B C D E 15 A B C D E
5 5 5 5 5 5	6 A B C D E 16 A B C D E
6 6 6 6 6 6	7 A B C D E 17 A B C D E
7 7 7 7 7 7	8 A B C D E 18 A B C D E
8 8 8 8 8 8	9 A B C D E 19 A B C D E
9 9 9 9 9 9	10 A B C D E 20 A B C D E

1. $\frac{\sqrt{27} + \sqrt{300}}{\sqrt{75} - \sqrt{12}}$
işleminin sonucu kaçtır?
A) $\frac{16}{3}$ B) 5 C) $\frac{14}{3}$ D) $\frac{13}{3}$ E) 4

2. $\sqrt{2} = a$
 $\sqrt{3} = b$
olduğuna göre $\sqrt{108}$ in a ve b türünden eşiti aşağıdakilerden hangisi olabilir?
A) 3ab B) a^2b C) $3a^2b$
D) $3ab^2$ E) ab^2

3. $\frac{\sqrt{5} \cdot \sqrt[3]{25}}{\sqrt[6]{5}}$
işleminin sonucu kaçtır?
A) 1 B) 5 C) $\sqrt{5}$
D) $\sqrt[3]{5}$ E) $5\sqrt[3]{5}$

4. $a = \sqrt{12} - \sqrt{18}$
 $b = \sqrt{27} + \sqrt{18}$
olduğuna göre $a \cdot b$ çarpımı kaçtır?
A) $4\sqrt{6}$ B) $3\sqrt{6}$ C) $\sqrt{6}$
D) $-\sqrt{6}$ E) $-3\sqrt{6}$

5. $\sqrt{27} \cdot \sqrt[4]{\sqrt{10} - 1} \cdot \sqrt[4]{\sqrt{10} + 1}$
işleminin sonucu kaçtır?
A) 9 B) $6\sqrt{3}$ C) 8
D) $4\sqrt{3}$ E) 6

6. $\frac{\sqrt{10} - \sqrt{5} + \sqrt{2} - 1}{1 + \sqrt{5}}$
işleminin sonucu kaçtır?
A) $\sqrt{5} - \sqrt{2}$ B) $\sqrt{5} + 1$ C) $\sqrt{2} - 1$
D) $\sqrt{2}$ E) $\sqrt{5}$

7. $\sqrt{x+1} + \sqrt{x} = 10$
olduğuna göre $\sqrt{x+1} - \sqrt{x}$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
A) $\frac{1}{10}$ B) $\frac{2}{10}$ C) $\frac{3}{10}$ D) 10 E) 20



1106909

ÖĞRENCİ NO	YANITLAR
1 0 0 0 0 0 0 0 0 0	1 A B C D E 11 A B C D E
2 1 1 1 1 1 1 1 1 1	2 A B C D E 12 A B C D E
3 2 2 2 2 2 2 2 2 2	3 A B C D E 13 A B C D E
4 3 3 3 3 3 3 3 3 3	4 A B C D E 14 A B C D E
5 4 4 4 4 4 4 4 4 4	5 A B C D E 15 A B C D E
6 5 5 5 5 5 5 5 5 5	6 A B C D E 16 A B C D E
7 6 6 6 6 6 6 6 6 6	7 A B C D E 17 A B C D E
8 7 7 7 7 7 7 7 7 7	8 A B C D E 18 A B C D E
9 8 8 8 8 8 8 8 8 8	9 A B C D E 19 A B C D E
10 9 9 9 9 9 9 9 9 9	10 A B C D E 20 A B C D E

1. $A = \sqrt{x-2} + 2x + 1 + \sqrt{2-x}$
ifadesi bir gerçel sayı olduğuna göre A değeri kaçtır?
A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

2. $\sqrt[3]{9} - 15 \cdot (375)^{-\frac{1}{3}} + \sqrt[3]{3}$
işleminin sonucu kaçtır?
A) $5\sqrt[3]{3}$ B) $\sqrt[3]{9}$ C) $\sqrt[3]{3}$ D) $\sqrt{3}$ E) 3

3. $\sqrt{\frac{4-\sqrt{11}}{4+\sqrt{11}}} + \sqrt{\frac{4+\sqrt{11}}{4-\sqrt{11}}}$
işleminin sonucu kaçtır?
A) $-\frac{4}{\sqrt{5}}$ B) $-\sqrt{5}$ C) $-8\sqrt{5}$ D) $\frac{8}{\sqrt{5}}$ E) $\frac{4}{\sqrt{5}}$

4. $\sqrt[3]{25} - 25 \cdot (625)^{-\frac{1}{3}} + \sqrt[3]{25}$
işleminin sonucu kaçtır?
A) $5\sqrt[3]{25}$ B) $\sqrt[3]{25}$ C) $5\sqrt{5}$
D) $\sqrt{5}$ E) 5

5. 1'den 100'e kadar sayıların yazılı olduğu kartlar, üzerinde 1'den 10'a kadar numaralar olan kutulara belirli kurala göre atılıyor.

Bu kurala göre her kart üzerinde yazan sayının karekökünün tam kısmı ile numaralandırılmış kutuya atılıyor.

Örneğin, 41 numaralı kart 6 numaralı kutuya atılıyor.

Buna göre,

- I. 1 ve 5 numaralı kutudaki toplam kart sayısı 2 ve 4 numaralı kutulardaki toplam kart sayısına eşittir.
- II. En çok kart 10 numaralı kutuda bulunur.
- III. 8 numaralı kutudaki kart sayısı 7 numaralı kutudaki kart sayısından 2 fazladır.

yargılarından hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) I ve II C) I ve III
D) II ve III E) I, II ve III