

EŞLİK VE BENZERLİK - II

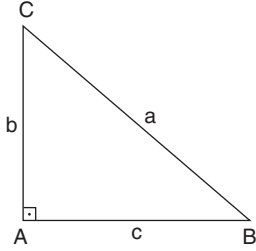
PİSAGOR VE ÖKLİD TEOREMLERİ

Pisagor Teoremi

Bir dik üçgende hipotenüs uzunluğunun karesi, dik kenarların uzunluklarının kareleri toplamına eşittir.

Yandaki ABC dik üçgeninde,

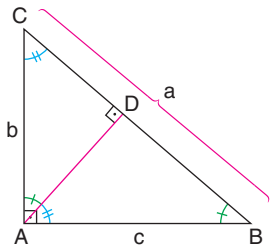
$$a^2 = b^2 + c^2 \text{ dir.}$$



İspat:

Verilenler: ABC üçgeninde $m(\hat{A}) = 90^\circ$, $|AB| = c$, $|AC| = b$, $|BC| = a$

İstenen: $a^2 = b^2 + c^2$



BAC dik üçgeninde hipotenüse ait yüksekliği çizelim. Yüksekliğin hipotenüsü kestiği noktayı D olarak isimlendirelim.

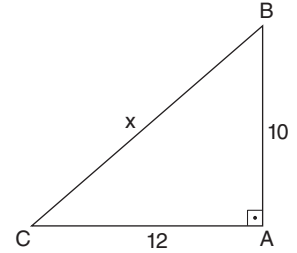
	İfade	Gerekçe
1.	$\widehat{CAD} \sim \widehat{CBA}$ olup $\frac{ CA }{ CB } = \frac{ CD }{ CA }$	A.A benzerlik kuralı
2.	$ CA ^2 = CB \cdot CD $	İçler dışlar çarpımı
3.	$\widehat{ABD} \sim \widehat{CBA}$ olup $\frac{ AB }{ CB } = \frac{ BD }{ BA }$	A.A benzerlik kuralı
4.	$ AB ^2 = CB \cdot BD $	İçler dışlar çarpımı
5.	$ CA ^2 + AB ^2 = CB \cdot CD + CB \cdot BD $	2 ve 4 numaralı eşitliklerin toplamı
6.	$b^2 + c^2 = CB \cdot (CD + BD)$ $b^2 + c^2 = a \cdot a$ $b^2 + c^2 = a^2$	Ortak çarpan parantezine alma

Örnek 1

ABC üçgen, $[AB] \perp [AC]$,

$|AC| = 12 \text{ cm}$, $|AB| = 10 \text{ cm}$

Buna göre $|BC| = x$ 'in kaç santimetre olduğunu bulunuz.



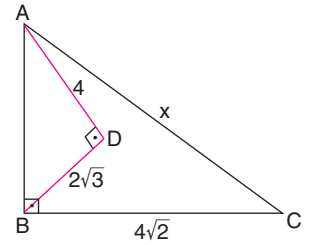
Örnek 2

ABC üçgen, $[AB] \perp [BC]$,

$[AD] \perp [BD]$, $|AD| = 4 \text{ cm}$,

$|BD| = 2\sqrt{3} \text{ cm}$, $|BC| = 4\sqrt{2} \text{ cm}$

Buna göre $|AC| = x$ 'in kaç santimetre olduğunu bulunuz.



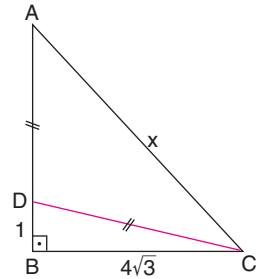
Örnek 3

ABC üçgen, $[AB] \perp [BC]$,

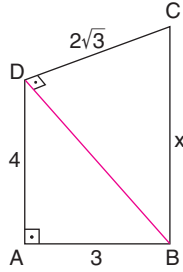
$|BC| = 4\sqrt{3} \text{ cm}$, $|BD| = 1 \text{ cm}$,

$|AD| = |CD|$

Buna göre $|AC| = x$ 'in kaç santimetre olduğunu bulunuz.

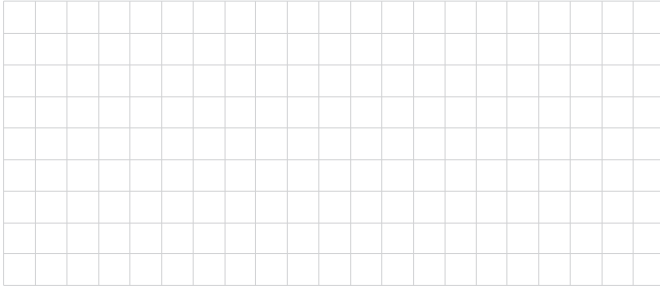


Örnek 4

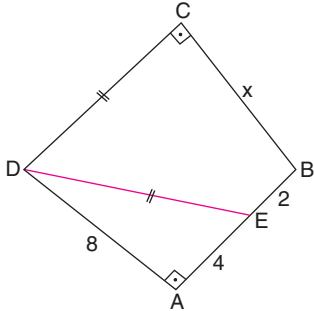


$[AD] \perp [AB]$, $[BD] \perp [CD]$, $|AD| = 4$ cm, $|AB| = 3$ cm,
 $|CD| = 2\sqrt{3}$ cm

Buna göre $|BC| = x$ 'in kaç santimetre olduğunu bulunuz.

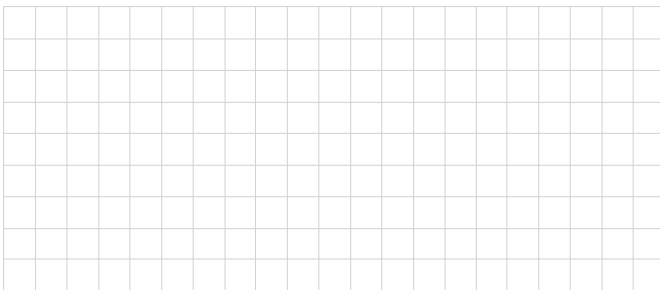


Örnek 5



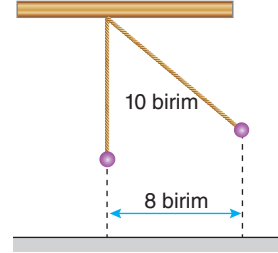
$[AD] \perp [AB]$, $[CD] \perp [CB]$, $|AE| = 4$ cm,
 $|BE| = 2$ cm, $|AD| = 8$ cm, $|DE| = |CD|$

Buna göre $|BC| = x$ 'in kaç santimetre olduğunu bulunuz.

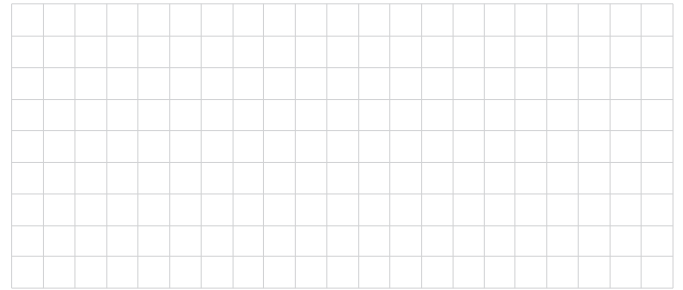


Örnek 6

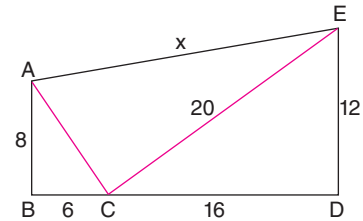
Aşağıda gösterilen, 10 birimlik gergin bir ipe bağlı yarıçapı önemsiz sarkaç, serbest bırakıldığında yatayda 8 birimlik yol almıştır.



Buna göre bu sarkacın ilk konumuna göre yerden kaç birim alçaldığını bulunuz.



Örnek 7



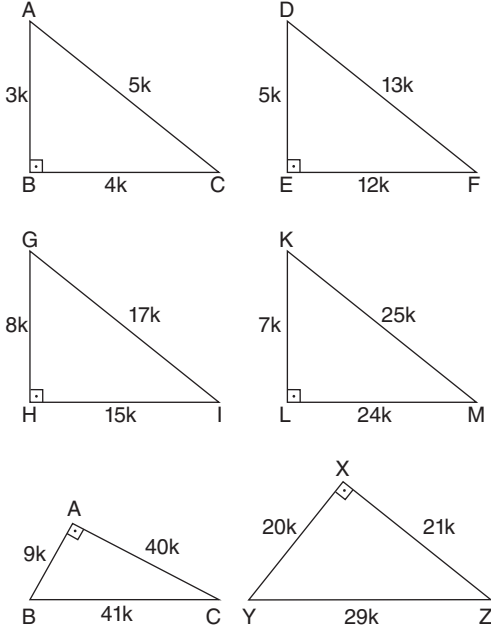
ABDE dörtgen, $[AB] \parallel [ED]$, $|AB| = 8$ cm, $|BC| = 6$ cm,
 $|CE| = 20$ cm, $|CD| = 16$ cm, $|DE| = 12$ cm

Buna göre $|AE| = x$ 'in kaç santimetre olduğunu bulunuz.

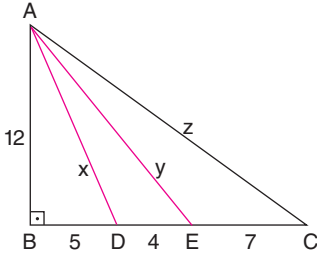


DİFnot

Pisagor teoremini sağlayan pozitif tam sayı üçlülerine **Pisagor üçlülere** denir. Aşağıda bazı Pisagor üçlülere verilmiştir.



Örnek 8

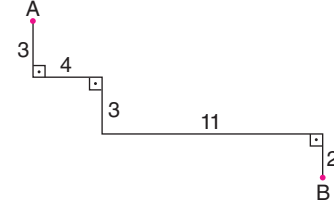


ABC üçgen, $[AB] \perp [BC]$, $|AB| = 12$ cm, $|BD| = 5$ cm, $|DE| = 4$ cm, $|CE| = 7$ cm, $|AD| = x$ cm, $|AE| = y$ cm, $|AC| = z$ cm

Buna göre $x + y + z$ toplamını bulunuz.



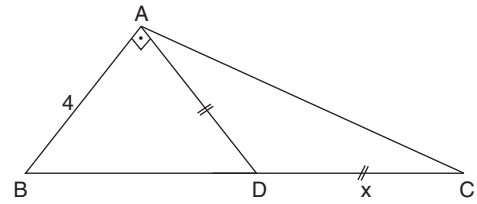
Örnek 9



Yukarıdaki şekilde A ile B noktaları arasındaki uzaklığın kaç birim olduğunu bulunuz.



Örnek 10

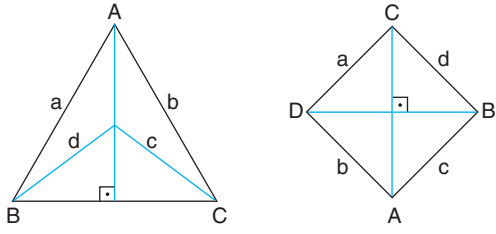


ABC üçgen, $[AB] \perp [AD]$, $|AD| = |CD|$, $|AB| = 4$ cm, $|BC| = 8$ cm

Buna göre $|CD| = x$ 'in kaç santimetre olduğunu bulunuz.

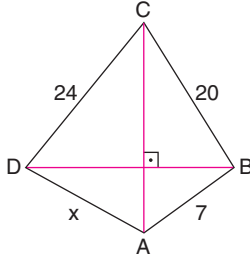


DİFnot



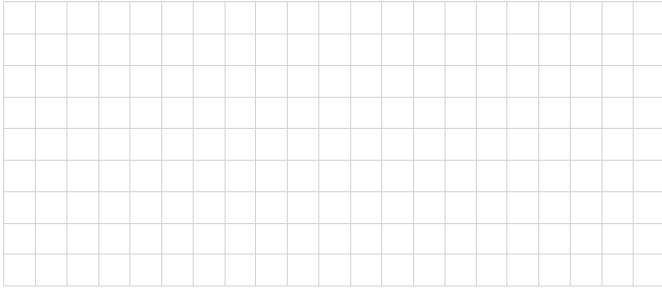
Yukarıdaki şekillerde $a^2 + c^2 = b^2 + d^2$ olur.

Örnek 19



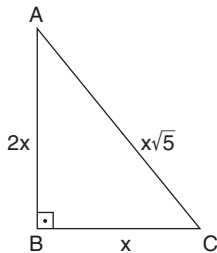
ABCD dörtgen, $[AC] \perp [BD]$, $|CD| = 24$ cm, $|BC| = 20$ cm, $|AB| = 7$ cm

Buna göre $|AD| = x$ 'in kaç santimetre olduğunu bulunuz.

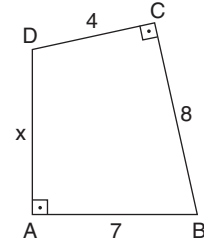


DİFnot

Bir dik üçgende, dik kenarlardan birinin uzunluğu diğerinin uzunluğunun 2 katı ise hipotenüsün uzunluğu kısa dik kenarın uzunluğunun $\sqrt{5}$ katına eşittir.

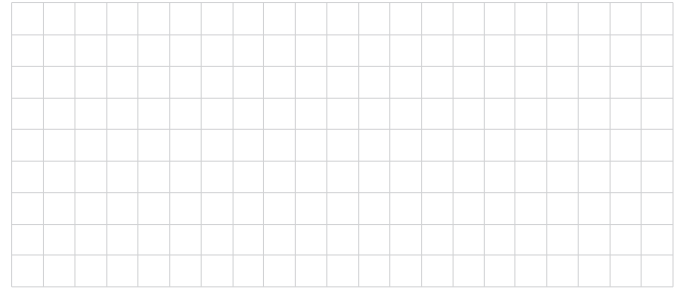


Örnek 20

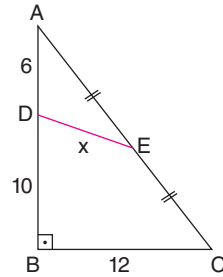


$[AD] \perp [AB]$, $[CD] \perp [BC]$, $|AB| = 7$ cm, $|BC| = 8$ cm, $|CD| = 4$ cm

Buna göre $|AD| = x$ 'in kaç santimetre olduğunu bulunuz.

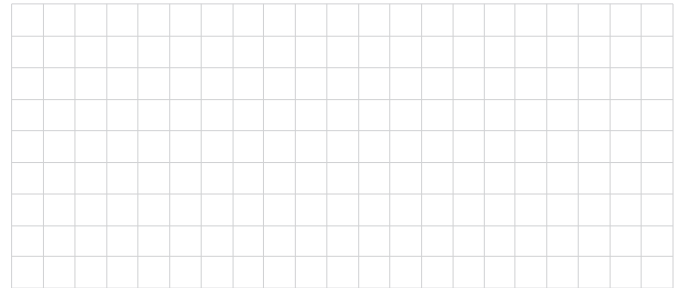


Örnek 21

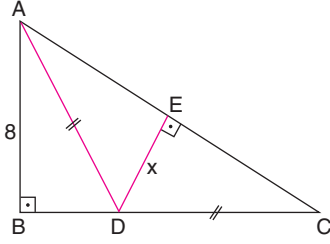


ABC üçgen, $[AB] \perp [BC]$, $|AD| = 6$ cm, $|BD| = 10$ cm, $|BC| = 12$ cm, $|AE| = |CE|$

Buna göre $|DE| = x$ 'in kaç santimetre olduğunu bulunuz.

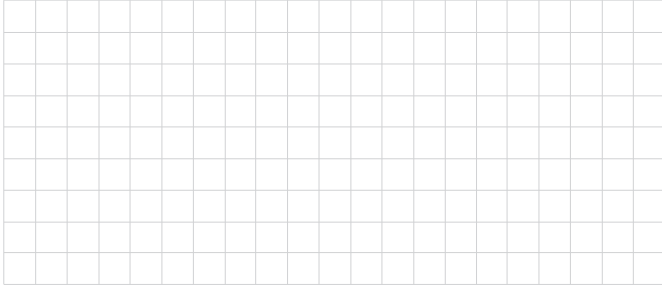


Örnek 22

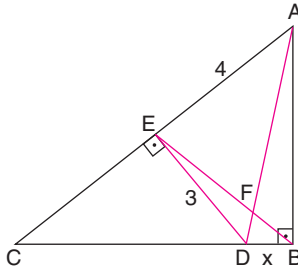


ABC üçgen, $[AB] \perp [BC]$, $[DE] \perp [AC]$, $|AB| = 8$ cm,
 $|BC| = 16$ cm, $|AD| = |CD|$

Buna göre $|DE| = x$ 'in kaç santimetre olduğunu bulunuz.



Örnek 23

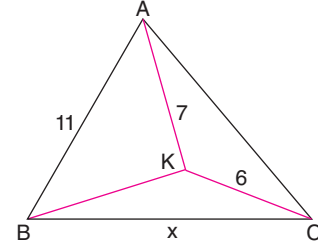


ABC üçgen, $[AB] \perp [BC]$, $[DE] \perp [AC]$, $[AD] \cap [BE] = \{F\}$,
 $|AE| = |BE| = 4$ cm, $|DE| = 3$ cm

Buna göre $|BD| = x$ 'in kaç santimetre olduğunu bulunuz.



Örnek 24



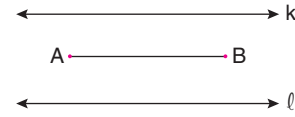
ABC üçgeninin yüksekliklerinin kesim noktası K noktası,
 $|AB| = 11$ cm, $|AK| = 7$ cm, $|CK| = 6$ cm

Buna göre $|BC| = x$ 'in kaç santimetre olduğunu bulunuz.



Örnek 25

Aşağıda verilen k ile ℓ doğruları birbirine paraleldir.



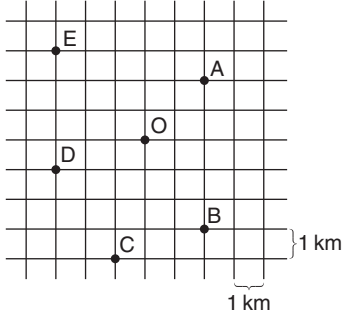
Bu doğrulara paralel olan 12 birim uzunluğundaki $[AB]$ nın üzerindeki A noktasının k 'ye göre simetriği A' , B noktasının ℓ 'ye göre simetriği B' noktasıdır.

k ile ℓ doğrusu arasındaki uzaklık 8 birim olduğuna göre $|A'B'|$ uzunluğunun kaç birim olduğunu bulunuz.



Örnek 30

Birim karelerden oluşan ve her birim karenin alanının 1 km^2 olduğu bir harita üzerinde A, B, C, D ve E köylerinin konumları şekildeki gibi gösterilmiştir.



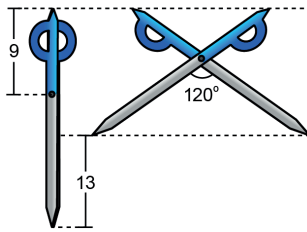
O noktasında bulunan bir helikopterin 4 kilometre uçuşına yetecek kadar yakıtı bulunmaktadır.

Bu helikopterin ulaşabileceği en uzak köy aşağıdakilerden hangisidir?

- A) A B) B C) C D) D E) E
(2018-TYT)

Örnek 31

Bağlantı noktalarından uçlarına kadar olan kısımları mavi ve gri renkte olan özdeş iki makastan biri kapalı ve yere dik olarak, diğeri ise 120° açılarak duvara şekildeki gibi asılmıştır.



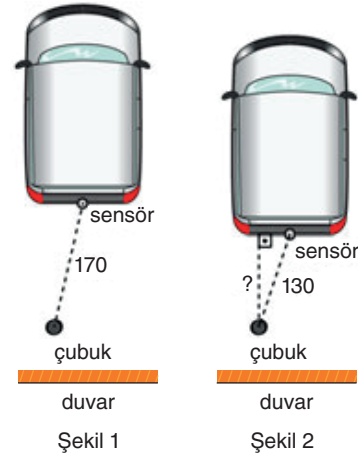
Bu makasların mavi kısımlarının uzunluğu 9 birim olup her iki makasın mavi uçlarının yerden yükseklikleri eşit, açık makasın gri uçlarının yerden yükseklikleri ise kapalı makasın gri uçlarının yerden yüksekliklerinden 13 birim fazladır.

Buna göre, makasın bağlantı noktasının bir gri uca olan uzaklığı kaç birimdir?

- A) 16 B) 17 C) 18 D) 19 E) 20
(2022-TYT)

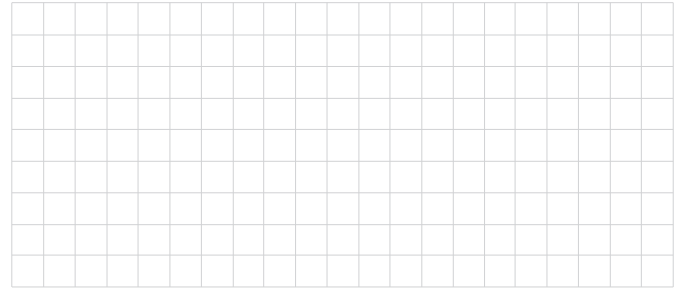
Örnek 32

Bir aracın arkasındaki sensör, araç geri giderken sensörün bir cisme olan uzaklığına göre ötmektedir. Başlangıçta Şekil 1'deki gibi arkasındaki duvara dik konumda duran aracın sensörü ile çubuk arasındaki mesafe 170 santimetredir. Daha sonra araç, doğrultusunu değiştirmeden 60 santimetre geri gittiğinde sensör ötmeye başladığı için araç Şekil 2'deki gibi durmuştur. Son durumda sensörle çubuk arasındaki mesafe 130 santimetredir.

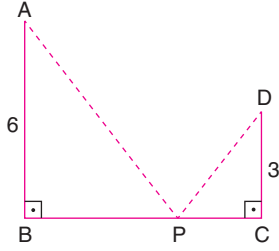


Buna göre, son durumda çubuğun araca olan dik uzaklığı kaç santimetredir?

- A) 40 B) 50 C) 60 D) 70 E) 80
(2020-AYT)



1. Aşağıdaki şekilde, A noktasından yola çıkan bir karınca $[BC]$ üzerindeki bir P noktasına uğrayarak D noktasına varıyor.

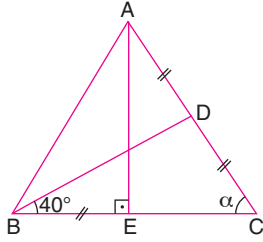


$[AB] \perp [BC]$, $[DC] \perp [BC]$, $P \in [BC]$,
 $|AB| = 2|DC| = 6$ cm, $|BC| = 12$ cm

Buna göre karıncanın alabileceği en kısa yol kaç santimetredir?

- A) 14 B) 15 C) 16 D) 18 E) 24

2.

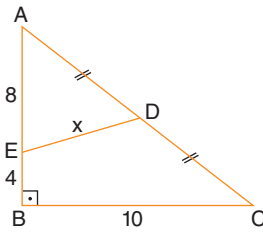


ABC üçgen, $[AE] \perp [BC]$, $m(\widehat{DBC}) = 40^\circ$,
 $|BE| = |AD| = |CD|$

Buna göre $m(\widehat{BCD}) = \alpha$ kaç derecedir?

- A) 60 B) 65 C) 70 D) 75 E) 80

3.

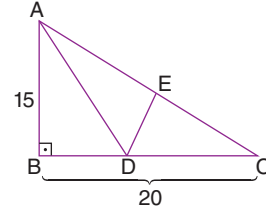


ABC üçgen, $[AB] \perp [BC]$, $|AE| = 8$ cm,
 $|BE| = 4$ cm, $|BC| = 10$ cm, $|AD| = |CD|$

Buna göre $|DE| = x$ kaç santimetredir?

- A) $\sqrt{23}$ B) 5 C) $\sqrt{27}$ D) $\sqrt{29}$ E) $\sqrt{31}$

4. ABC dik üçgeni biçimindeki bir kartonun CDE üçgen kısmı $[DE]$ boyunca katlanıyor ve C köşesi A köşesi üzerine geliyor.

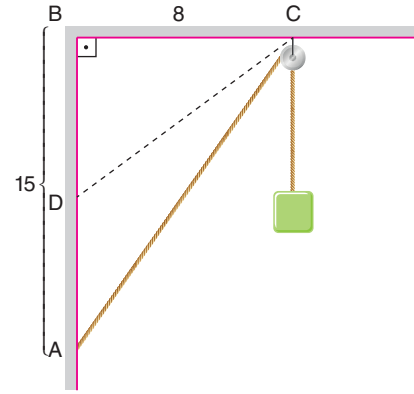


$[AB] \perp [BC]$, $|AB| = 15$ cm, $|BC| = 20$ cm

Buna göre $|BD|$ kaç santimetredir?

- A) 4 B) $\frac{35}{8}$ C) 5 D) $\frac{65}{8}$ E) 16

5.

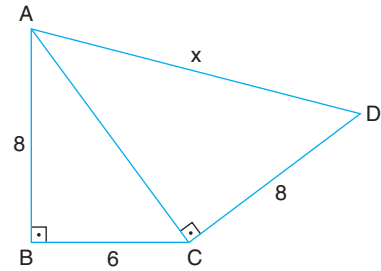


Şekildeki düzenekte $[AB] \perp [BC]$, $|BC| = 8$ m, $|AB| = 15$ m

A noktasındaki ip D noktasına getirildiğinde yük 7 metre aşağıya indiğine göre $|AD|$ kaç metredir?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

6.

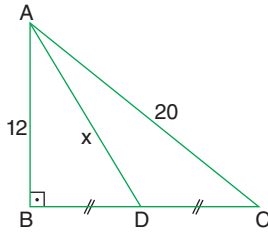


ABC ve ACD üçgen, $[AB] \perp [BC]$, $[AC] \perp [CD]$,
 $|CD| = |AB| = 8$ cm, $|BC| = 6$ cm

Buna göre $|AD| = x$ kaç santimetredir?

- A) 6 B) 10 C) $8\sqrt{2}$
D) $4\sqrt{10}$ E) $2\sqrt{41}$

7.

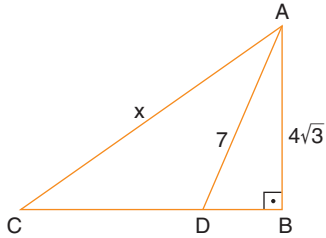


ABC üçgen, $[AB] \perp [BC]$, $|AB| = 12$ cm,
 $|AC| = 20$ cm, $|BD| = |CD|$

Buna göre $|AD| = x$ kaç santimetredir?

- A) $10\sqrt{2}$ B) $4\sqrt{13}$ C) 15
D) $4\sqrt{15}$ E) $5\sqrt{10}$

8.

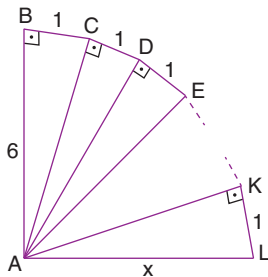


ABC üçgen, $[AB] \perp [BC]$, $|AD| = 7$ cm,
 $|AB| = 4\sqrt{3}$ cm, $|CD| = 5|BD|$

Buna göre $|AC| = x$ kaç santimetredir?

- A) $2\sqrt{21}$ B) $3\sqrt{10}$ C) $4\sqrt{6}$
D) 10 E) $\sqrt{102}$

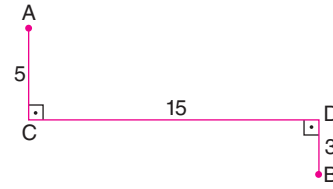
9.



Yukarıdaki şekilde 13 tane dik üçgen olduğuna göre
 $|AL| = x$ kaç santimetredir?

- A) $\sqrt{46}$ B) $\sqrt{47}$ C) $4\sqrt{3}$ D) 7 E) $5\sqrt{2}$

10.

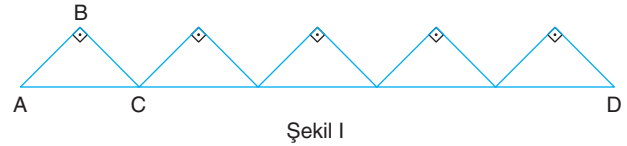


Şekilde $[AC] \perp [CD]$, $[CD] \perp [BD]$, $|AC| = 5$ cm,
 $|CD| = 15$ cm, $|BD| = 3$ cm

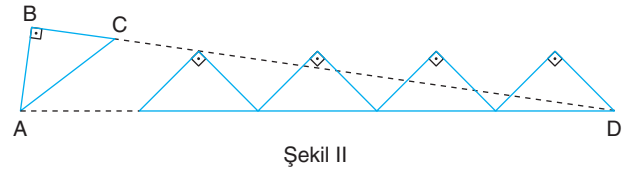
Buna göre A ile B noktası arasındaki uzaklık kaç santimetredir?

- A) 23 B) 22 C) 21 D) 18 E) 17

11. Dik kenar uzunlukları 2 birim olan beş özdeş ikizkenar dik üçgen, hipotenüsleri aynı doğru üzerinde olacak ve yan yana gelen üçgenlerin birer köşesi çakışacak biçimde Şekil I'deki gibi diziliyor.



Daha sonra ABC üçgeni A noktası etrafında bir miktar döndürülüyor ve Şekil II'deki gibi B, C ve D noktaları doğrusal oluyor.



Buna göre son durumda C ve D noktaları arasındaki uzaklık kaç birimdir?

- A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

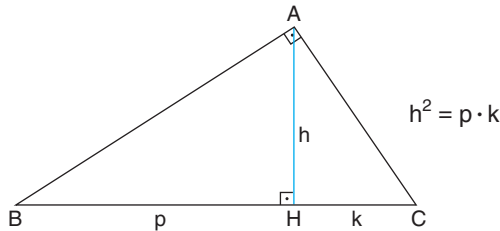


1106934

ÖĞRENCİ NO		YANITLAR	
1	A B C D E	11	A B C D E
2	A B C D E	12	A B C D E
3	A B C D E	13	A B C D E
4	A B C D E	14	A B C D E
5	A B C D E	15	A B C D E
6	A B C D E	16	A B C D E
7	A B C D E	17	A B C D E
8	A B C D E	18	A B C D E
9	A B C D E	19	A B C D E
10	A B C D E	20	A B C D E

Öklid Teoremi – I

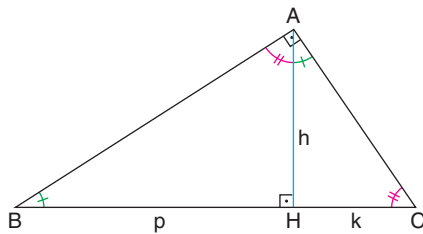
Bir dik üçgende hipotenüse ait yüksekliğin uzunluğunun karesi, bu yüksekliğin hipotenüs üzerinde ayırdığı parçaların uzunluklarının çarpımına eşittir.



İspat:

Verilenler: $m(\hat{A}) = 90^\circ$, $[AH] \perp [BH] = p$, $|HC| = k$, $|AH| = h$

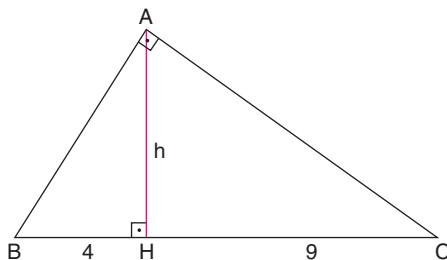
Istennen: $h^2 = p \cdot k$



Şekildeki gibi açılar yerleştirildiğinde ABH üçgeninin CAH üçgenine benzer olduğu görülür.

	İfade	Gerekçe
1.	$\widehat{ABH} \sim \widehat{CAH}$ olup $\frac{ AH }{ CH } = \frac{ BH }{ AH }$	A.A benzerlik kuralı
2.	$ AH ^2 = BH \cdot CH $ $h^2 = p \cdot k$	İçler dışlar çarpımı

Örnek 33

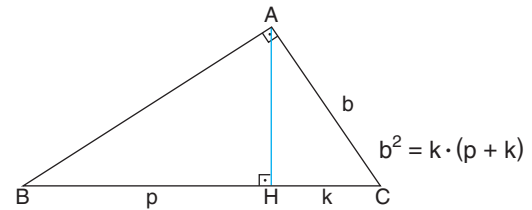


ABC üçgeninde $[AB] \perp [AC]$, $[AH] \perp [BC]$, $|BH| = 4$ cm,
 $|CH| = 9$ cm

Buna göre h'nin kaç santimetre olduğunu bulunuz.

Öklid Teoremi – II

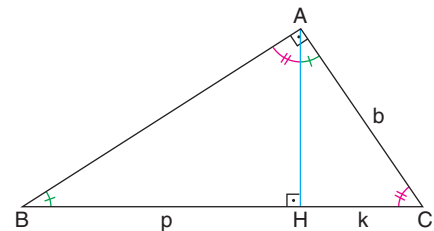
Bir dik üçgende, bir dik kenarın uzunluğunun karesi, hipotenüse ait yüksekliğin hipotenüs üzerinde ayırdığı parçalardan kendi tarafında olanın uzunluğu ile hipotenüs uzunluğunun çarpımına eşittir.



İspat:

Verilenler: $m(\hat{A}) = 90^\circ$, $[AH] \perp [BC]$, $|AC| = b$, $|BH| = p$, $|HC| = k$

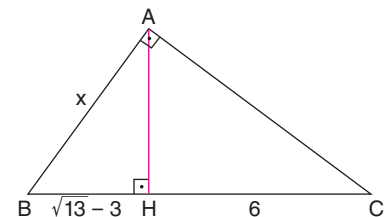
Istennen: $b^2 = k \cdot (p + k)$



Şekildeki gibi açılar yerleştirildiğinde ABC üçgeninin HAC üçgenine benzer olduğu görülür.

	İfade	Gerekçe
1.	$\widehat{ABC} \sim \widehat{HAC}$ olup $\frac{ AC }{ HC } = \frac{ BC }{ AC }$	A.A benzerlik kuralı
2.	$ AC ^2 = BC \cdot HC $ $b^2 = k \cdot (p + k)$	İçler dışlar çarpımı

Örnek 34

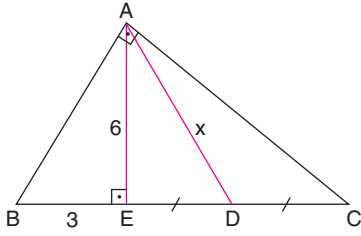


ABC üçgen, $[AB] \perp [AC]$, $[AH] \perp [BC]$,

$$|BH| = (\sqrt{13} - 3) \text{ cm}, |CH| = 6 \text{ cm}$$

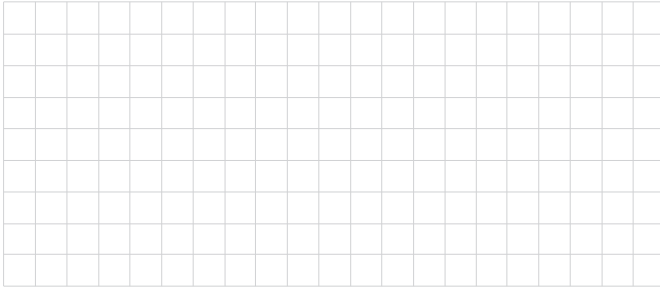
Buna göre $|AB| = x$ 'in kaç santimetre olduğunu bulunuz.

Örnek 38

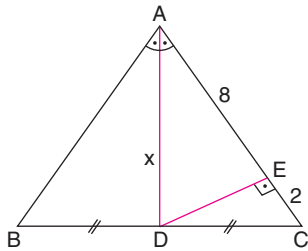


ABC üçgen, $[AB] \perp [AC]$, $[AE] \perp [BC]$, $|AE| = 6$ cm,
 $|BE| = 3$ cm, $|DE| = |CD|$

Buna göre $|AD| = x$ 'in kaç santimetre olduğunu bulunuz.

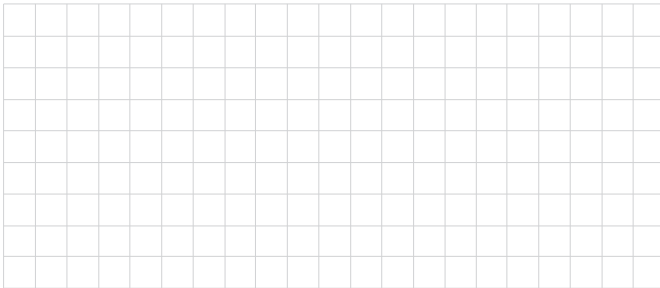


Örnek 39

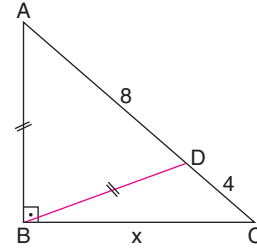


ABC üçgen, $[DE] \perp [AC]$, $[AD]$ açıortay, $|AE| = 8$ cm,
 $|CE| = 2$ cm, $|BD| = |CD|$

Buna göre $|AD| = x$ 'in kaç santimetre olduğunu bulunuz.

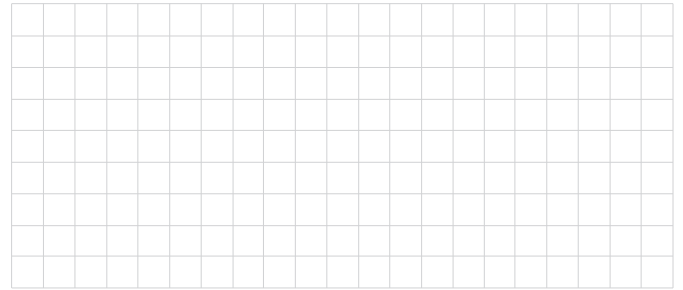


Örnek 40

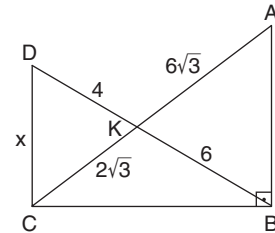


ABC üçgen, $[AB] \perp [BC]$, $|AB| = |BD|$, $|AD| = 8$ cm,
 $|CD| = 4$ cm

Buna göre $|BC| = x$ 'in kaç santimetre olduğunu bulunuz.



Örnek 41

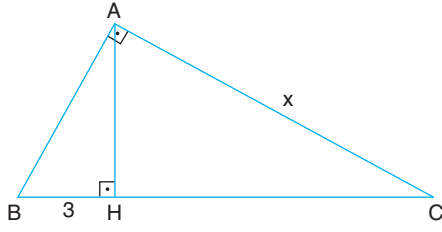


ABC ve CDB üçgen, $[AB] \perp [BC]$, $|AK| = 6\sqrt{3}$ cm,
 $|CK| = 2\sqrt{3}$ cm, $|BK| = 6$ cm, $|DK| = 4$ cm

Buna göre $|CD| = x$ 'in kaç santimetre olduğunu bulunuz.



1.

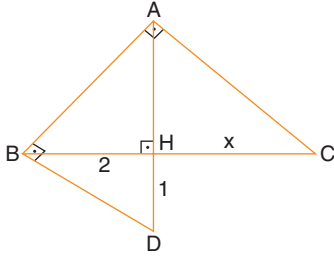


ABC üçgen, $[AB] \perp [AC]$, $[AH] \perp [BC]$,
 $|BH| = 3$ cm, $|CH| = 2|AH|$

Buna göre $|AC| = x$ kaç santimetredir?

- A) $3\sqrt{6}$ B) $5\sqrt{2}$ C) 7
 D) $4\sqrt{5}$ E) $6\sqrt{5}$

2.

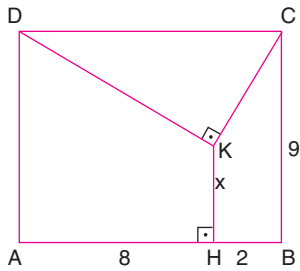


ABC ve ABD üçgen, $[AB] \perp [AC]$, $[AD] \perp [BC]$,
 $[AB] \perp [BD]$, $|BH| = 2$ cm, $|DH| = 1$ cm

Buna göre $|CH| = x$ kaç santimetredir?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

3.

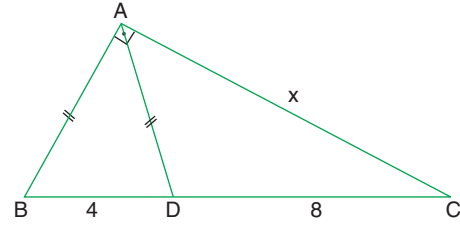


ABCD dikdörtgen, $[KH] \perp [AB]$, $[CK] \perp [DK]$,
 $|AH| = 8$ cm, $|BH| = 2$ cm, $|BC| = 9$ cm

Buna göre $|KH| = x$ kaç santimetredir?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

4.

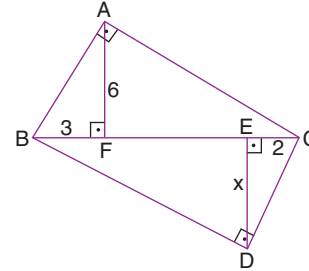


ABC üçgen $[AB] \perp [AC]$, $|AB| = |AD|$, $|BD| = 4$ cm,
 $|CD| = 8$ cm

Buna göre $|AC| = x$ kaç santimetredir?

- A) $3\sqrt{10}$ B) $\sqrt{105}$ C) $2\sqrt{30}$
 D) 12 E) $4\sqrt{10}$

5.

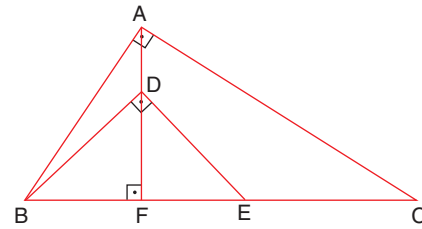


ABC ve BDC üçgen, $[AF] \perp [BC]$, $[DE] \perp [BC]$,
 $|AF| = 6$ cm, $|BF| = 3$ cm, $|CE| = 2$ cm

Buna göre $|ED| = x$ kaç santimetredir?

- A) 5 B) 6 C) $\sqrt{26}$
 D) $3\sqrt{3}$ E) $\sqrt{30}$

6.



ABC ve DBE üçgen, $[AB] \perp [AC]$, $[BD] \perp [DE]$,
 $[AF] \perp [BC]$, $|CE| = 2|EF|$

Buna göre $\frac{|AF|}{|DF|}$ oranı kaçtır?

- A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) 2 D) $\sqrt{5}$ E) $\sqrt{6}$